クールノー混合寡占とシュタッケルベルク混合寡占の総産業生産量

吉元　智士　　　　　奥口　孝二

概　要

均衡総産業生産量を3つの寡占で比較する。一つは全ての企業が利潤最大化企業であるクールノー寡占、次に、一企業が厚生最大化公的企業であり、他の全ての企業が利潤最大化企業であるクールノー混合寡占、最後に厚生最大化公的企業がリーダーで、他の全ての利潤最大化企業が追随者であるシュタッケルベルク混合寡占である。

この比較は企業の対称性や線型需要関数、費用関数を仮定しなくとも可能である。

1．はじめに

混合寡占には2つのタイプがある。利潤最大化を目指す企業と労働者によって経営され労働に対する余剰の最大化を目指す企業が存在するタイプと、利潤最大化私的企業と厚生最大化公的企業が存在するタイプである。前者のタイプの混合寡占は多数の経済学者によって分析されてきた。Cremer、Marchand and Thisse（1989）、De Fraja and Delbono（1989、1990）が先駆的な分析をしてきた。後者のタイプには多くの経済学者の興味深い指摘がなされてきた。しかし、それら経済学者の多くは簡単な逆需要関数や費用関数（例えば線型であるとか）をもとに結果を導いていた。主な関心事は、産業の企業数を所与として、均衡総産業生産量が如何に決定されるか、公的企業の存在によって如何なる影響があるかである。

この論文では、全ての企業がクールノー予測のもと行動する利潤最大化企業である古典的クールノー寡占、1企業が厚生最大化公的企業、その他 $n-1$ 企業がクールノー予測のもとで行動する利潤最大化私的企業であるクールノー混合寡占、厚生最大化公的企業がリーダー、他の $n-1$ 企業が利潤最大化私的企業で追随者であるシュタッケルベルク混合寡占の 3 つの均衡総産業生産量の比較を行う。なお、ここで導かれる3つの寡占の均衡総産業生産量の比較分析には、線型（逆）需要関数も線型費用関数も企業の対称性も仮定されない。

この論文を書くに当たって松葉先生の論文（2006）から多大な示唆を受けたことを感謝いたします。

2．クールノー寡占とクールノー混合寡占

n 企業のうち第 1 企業を厚生最大化公的企業とし、その他 $n-1$ 企業を利潤最大化私的企業とする混合寡占を考える。そして x_i 、$C_i(x_i)$ 、$p=f(\sum_{j=1}^{n}x_j)$ 、$f'<0$ をそれぞれ第 i 企業の生産量、費用関数、製品価格（総産業生産量の関数）とする。厚生最大化公的企業および利潤最大化私的企業の目的関数はそれぞれ以下の様に定義される。

$$W \equiv \int_0^X f(x)dx - \sum_{j=1}^{n} C_j(x_j) \tag{1}$$

$$\pi_i \equiv x_i f(\sum_{j=1}^{n} x_j) - C_i(x_i) \qquad , i=2,\cdots,n \tag{2}$$

ただし $X \equiv \sum_{j=1}^{n} x_j$ は総産業生産量である。全ての企業はクールノー予測のもと行動するとし、以下の基本的な仮定を導入する。

仮定 1： $f' + x_i f'' < 0 \qquad , i=1,2,\cdots,n$
仮定 2： $C_1'' > 0$
仮定 3： $f' < C_i'' \qquad , i \neq 1$

公的企業の限界費用は仮定 2 より厳密に逓増する。他方、私的企業の限界費用は一定、逓増、或いは逓減のいずれかであるが、仮定 3 が満たされなくてはならない。仮定 1 は、公的企業と私的企業の 2 企業間でも、私的企業の 2 企業間でも、任意の 2 企業の生産量が Bulow やその他（1985）の言う戦略的代替財であることを意味する。仮定 1 は逆需要関数が線型であるとき成立する。線型でなく $f''>0$ であっても仮定 1 を満たす可能性はある。

全ての企業は他の企業の生産量を所与とするクールノー的予測のもと行動するものとする。公的企業の厚生最大化および私的企業の利潤最大化の一階の条件はそれぞれ

$$\frac{\partial W}{\partial x_1} = f(X) - C_1'(x_1) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = f(X) + x_i f'(X) - C_i'(x_i) = 0 \qquad , i \neq 1 \tag{4}$$

である。ただし、ここではコーナー解を排除する。(3)は X と x_1 の関係を与え(4)は X と x_i の関係を与える。(3)、(4)をそれぞれ x_1 、x_i に関して解くと

$$x_1 \equiv \psi_1(X) \tag{5.1}$$

$$\psi_1' = \frac{f'}{C_1''} < 0 \tag{5.2}$$

$$x_i \equiv \varphi_i(X) \qquad , i \neq 1 \tag{6.1}$$

$$\varphi_i' = -\frac{f' + x_i f''}{f' - C_i''} < 0 \qquad , i \neq 1 \tag{6.2}$$

となる。ただし、ψ_1' の符号は仮定 2 および $f' < 0$ より、φ_i' の符号は仮定 1 および仮定 3 より保証される。もし企業 1 が厚生最大化企業ではなく利潤最大化企業であったならば、一階の条件は他の企業同様、$x_1 = \varphi_1(X)$、$\varphi_1' < 0$ となる。ここで $\psi_1(X)$ と $\varphi_1(X)$ を比較しよう。この比較は図 1 を用いれば容易にできる。図では X をパラメータとし x_1 の関係を示している。$f(X) + x_1 f'(X)$ を表わす右下がりの曲線と $C_1'(x_1)$ を表わす右上がりの曲線との交点が解 $x_1 = \varphi_1(X)$ である。他方、高さ $f(X)$ の水平線と $C_1'(x_1)$ を表わす右上がりの曲線との交点が $\psi_1(X)$ である。したがって、図より $\varphi_1(X) < \psi_1(X)$ である。古典的クールノー寡占とクールノー混合寡占において決定される均衡総産業生産量の比較もこの事実を用いる。もし企業 1 が厚生最大化企業で他の全ての企業が利潤最大化私的企業であるならば、均衡総産業生産量 X^C は原点を通る 45° 線と $\psi_1(X) + \sum_{i \neq 1}^{n} \varphi_i(X)$ を表わす右下がりの曲線との交点によって与えられる。この事実は図 2 で示される。他方、もし全ての企業が利潤最大化企業であったならば、均衡総産業生産量 X^* は 45° 線と $\varphi_1(X) + \sum_{i \neq 1}^{n} \varphi_i(X)$ を表わす右下がりの曲線との交点によって与えられる。したがって、$X^* < X^C$ となり古典的クールノー寡占の均衡総産業生産量はクールノー混合寡占の均衡総産業生産量より少なくなる。

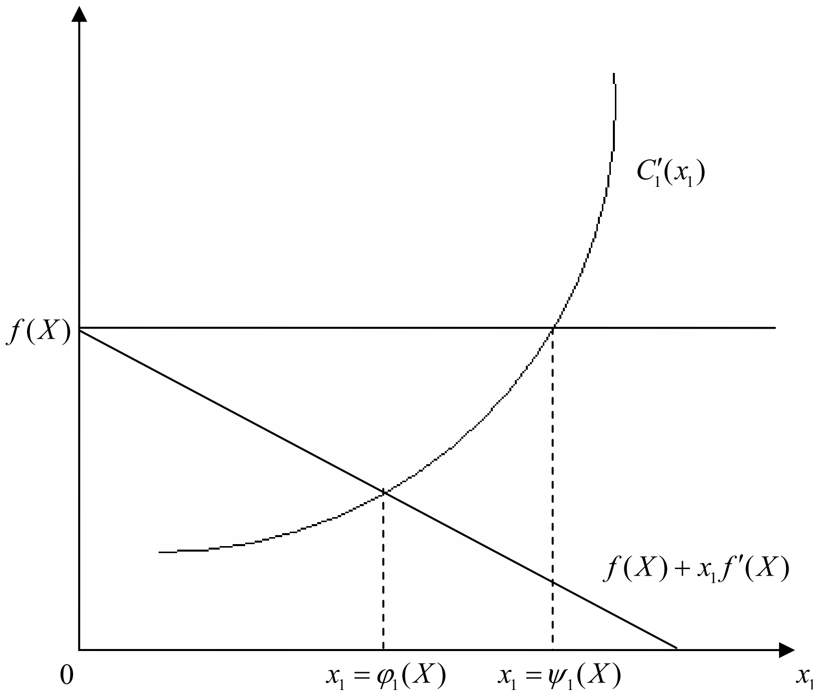

図１　$x_1=\varphi_1(X)$ と $x_1=\psi_1(X)$ の比較

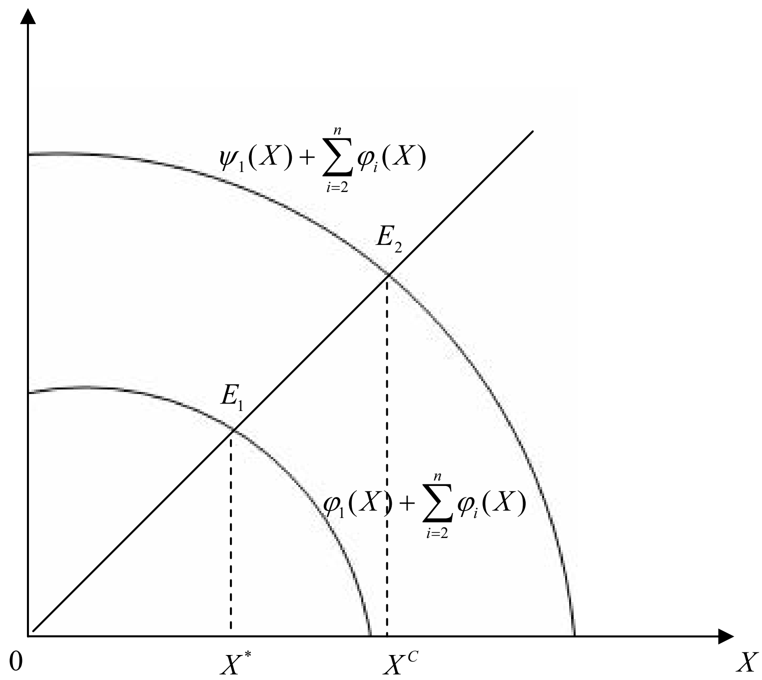

図２　均衡産業生産量

3．クールノー混合寡占とシュタッケルベルク混合寡占

この節では、厚生最大化公的企業がリーダー、他の全ての利潤最大化私的企業が追随者であるシュタッケルベルク混合寡占を分析する。同様のモデルとしては Fjell、Heywood（2002）が外国企業のある混合寡占で分析している。企業 1 をリーダーとして行動する厚生最大化企業としよう。他の $n-1$ 利潤最大化私的企業は x_1 を所与とし、互いにクールノー的予測のもと行動する追随者としよう。企業 1 の生産量 x_1 を所与とし、私的企業 i は自己の生産量に関して利潤最大化をする。

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = f(x_1 + X_{-1}) + x_i f'(x_1 + X_{-1}) - C_i'(x_i) = 0 \qquad , i \neq 1 \tag{7}$$

ただし、$X_{-1} \equiv \sum_{i \neq 1}^{n} x_i$ である。これより

$$x_i = \varphi_i(x_1 + X_{-1}) \qquad , i \neq 1 \tag{8.1}$$

となる。ただし

$$\frac{d\varphi_i}{dX} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_1} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial X_{-1}} = -\frac{f' + x_i f''}{f' - C_i''} < 0 \qquad , i \neq 1 \tag{8.2}$$

である。x_1 を所与とした時 $n-1$ 私的企業の均衡産業生産量の合計は

$$X_{-1} = \sum_{i \neq 1}^{n} \varphi_i(x_1 + X_{-1}) \equiv \varphi_{-1}(x_1 + X_{-1}) \tag{9}$$

の一意の解である。その解を

$$x_1 \equiv \psi(X_{-1}) \tag{10.1}$$

としよう（図 3 を参照)。(9)の全微分は

$$dX_{-1} = \sum_{i \neq 1}^{n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_1} dx_1 + \sum_{i = 1}^{n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial X_{-1}} dX_{-1}$$

であるので

$$\psi'(X_{-1}) = \frac{dx_1}{dX_{-1}} = \frac{1}{\sum_{i \neq 1}^{n} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_1}} - 1 < -1 \tag{10.2}$$

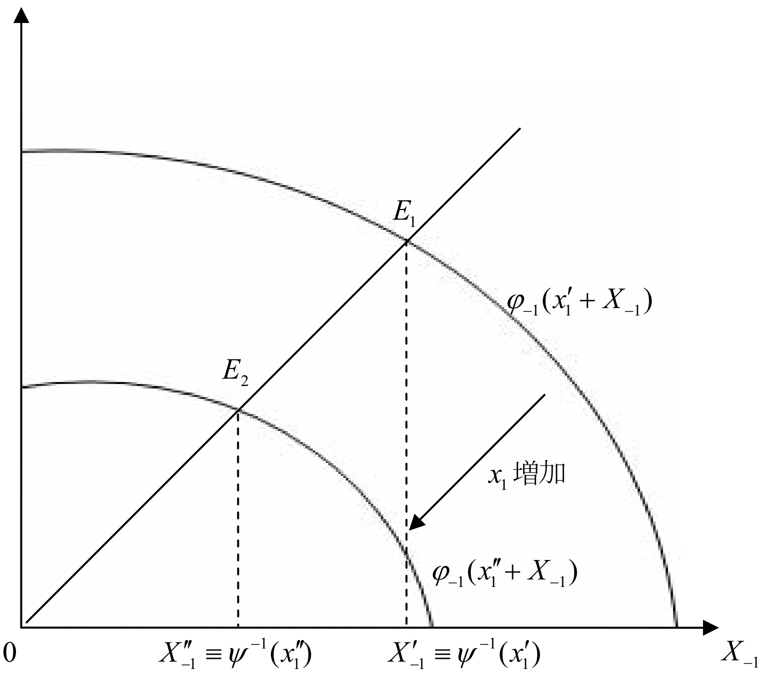

図 3　$x_1' < x_1''$

となる。総厚生は X_{-1} のみの関数として定義される。

$$W(X_{-1}) = \int_0^{x_1+X_{-1}} f(x)dx - \sum_{i=1}^{n} C_i(x_i)$$

$$= \int_0^{\psi(X_{-1})+X_{-1}} f(x)dx - C_1(\psi(X_{-1})) - \sum_{i\neq 1}^{n} C_i(\varphi_i(\psi(X_{-1})+X_{-1})) \qquad (11)$$

そのため、公的企業は X_{-1} に関して W を最大にする。一階の条件は

$$\frac{dW}{dX_{-1}} = f(\psi(X_{-1})+X_{-1})(\psi'(X_{-1})+1) - C_1'(\psi(X_{-1}))\psi'(X_{-1})$$

$$-\sum_{i\neq 1}^{n} C_i'(\varphi_i(\psi(X_{-1})+X_{-1}))\varphi_1'(\psi(X_{-1})+X_{-1})(\psi'(X_{-1})+1)$$

$$= \left\{ f(\psi(X_{-1})+X_{-1}) - \sum_{i\neq 1}^{n} C_i'(\varphi_i(\psi(X_{-1})+X_{-1}))\varphi_i'(\psi(X_{-1})+X_{-1}) \right\}$$

$$(\psi'(X_{-1})+1) - C_1'(\psi(X_{-1}))\psi'(X_{-1}) = 0 \qquad (12)$$

である。式を簡単にするため関数の変数を省略し整理した後、X_{-1} の変化に関する W の二階の導関数を求める。

$$\frac{d^2W}{dX_{-1}^{\ 2}} = \left(f' - \sum_{i \neq 1}^{n} C_i'' \varphi_i'^2 - \sum_{i \neq 1}^{n} C_i' \varphi_i'' \right)(\psi' + 1)^2 + \left(f - \sum_{i \neq 1}^{n} C_i' \varphi_i' - C_1' \right)\psi'' - C_1 \psi'^2 \tag{13}$$

(13)の右辺の符号は現状では未確定である。そこで全ての私的企業の限界費用は非逓減的であるという仮定を導入しよう。

仮定 4： $C_i'' \geq 0 \qquad , i \neq 1$

この仮定のもとでも仮定 3 が成り立つことに注意。一階の条件(12)を書き換える。

$$f - \sum_{i \neq 1}^{n} C_i' \varphi_i' = \frac{C_1' \psi'}{1 + \psi'}$$

(10.2)から

$$f - \sum_{i \neq 1}^{n} C_i' \varphi_i' - C_1' = \frac{C_1'}{1 + \psi'} > 0$$

となる。それゆえ $\varphi_i'' \geq 0$, $i \neq 1$、$\psi'' \leq 0$ が満たされる時、(13)は負になる。

(8.2)から

$$\varphi_i'' = \frac{d^2 \varphi_i}{dX^2} = -\frac{\left\{ f'' + x_i f''' - \frac{(f' + x_i f'')f''}{f' - C_i''} \right\}(f' - C_i'') - (f' + x_i f'')\left\{ f'' - \frac{(f' + x_i f'')C_i'''}{f' - C_i''} \right\}}{(f - C_i'')^2} \tag{14}$$

となる。ここでさらに仮定を設ける。

仮定 5： $x_i f''' - \frac{(x_i f'' - C_i'')f''}{f' - C_i''} \geq 0$, $f'' - \frac{(f' + x_i f'')C_i'''}{f' - C_i''} \leq 0$

さらに(8.2)、(10.2)、$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_1} = \frac{d\varphi_i}{dX} < 0$ から、上の仮定のもとでは $\psi'' \leq 0$ となる。仮定 5 は逆需要関数が線型で私的企業の限界費用が二次関数、すなわち、$C_i''' = 0 \quad i \neq 1$ のときに満たされる。

$\frac{d^2W}{dX_{-1}^{\ 2}} < 0$ が仮定 1〜仮定 5 のもと成り立つ。

ここでクールノー混合寡占とシュタッケルベルク混合寡占の均衡総産業生産量の比較をしよう。X^C 、X^S を

$$X^C \equiv X_{-1}^C + \psi(X_{-1}^C)$$
$$X^S \equiv X_{-1}^S + \psi(X_{-1}^S)$$

と定義し、それぞれクールノー混合寡占（C で表わす）とシュタッケルベルク混合寡占（S で表わす）の均衡総産業生産量とする。$X_{-1}=X_{-1}^C$ で $\dfrac{dW}{dX_{-1}}$ を計算すると

$$\left.\frac{dW}{dX_{-1}}\right|_{X_{-1}=X_{-1}^C}=(f(X^C)-C_1'(\psi(X_{-1}^C)))\,\psi'(X_{-1}^C)$$

$$+f(X^C)\psi'(X_{-1}^C)-\sum_{i\neq 1}^{n}C_i'(\varphi_i(X^C))\varphi_i'(X^C)(\psi'(X_{-1}^C)+1)<0 \qquad (15)$$

となる。ここで(10.2)より

$$f(X^C)-C_1'(\psi(X_{-1}^C))=0$$

が成り立つことに注意する。一方、シュタッケルベルク混合寡占均衡では

$$\left.\frac{dW}{dX_{-1}}\right|_{X_{-1}=X_{-1}^S}=0\text{、}\frac{d^2W}{dX_{-1}{}^2}<0$$

なので上の不等式から

$$X_{-1}^C>X_{-1}^S \qquad (16)$$

この不等式より

$$X^C\equiv X_{-1}^C+\psi(X_{-1}^C)<X_{-1}^S+\psi(X_{-1}^S)\equiv X^S \qquad (17)$$

が成り立つ。また

$$x_i^C\equiv\varphi_i(X^C)>\varphi_i(X^S)\equiv x_i^S \qquad ,\ i\neq 1 \qquad (18)$$

である。したがって(17)および(18)より

$$x_1^C<x_1^S \qquad (19)$$

となる。すなわち、均衡総産業生産量はシュタッケルベルク混合寡占において多く、私的企業の生産量はクールノー混合寡占で多く、公的企業の生産量はシュタッケルベルク混合寡占で多くなる。

4．結論

この論文では利潤最大化私的企業のみ存在する古典的寡占、1 企業が厚生最大化公的企業で他の $n-1$ 利潤最大化私的企業であるクールノー混合寡占、1 企業が厚生最大化公的企業でかつリーダーであり他の $n-1$ 利潤最大化私的企業が追随者であるシュタッケルベルク混合寡占の 3 つの寡占における均衡総産業生産量の比較を、逆需要関数や費用関数の線型性および企業の費用関数の対称性を仮定しないで行った。3 つの寡占の均衡総産業生産量は

$$X^* < X^C < X^S$$

の関係にある。これより需要関数の性質より

$$p^* > p^C > p^S$$

が結論される。

参 考 文 献

Bulow, J., J. Jeanakoplos and P. Klemperer (1985),” Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements”, *Journal of Political Economy* 93, 488-511

Cremer, H., M. Marchand and J. F. Thisse (1989),” The Public Firm as an Instrument for Regulating an Oligopolistic Market,” *Oxford Economic Papers* 41, 283-301

De Fraja, G., and F. Delbono (1989),” Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly”, *Oxford Economic Papers 41, 302-311*

De Fraja, G., and F. Delbono (1990),” Game Theoretic Models of Mixed Oligopoly”, *Journal of Economic Surveys* 4,1-17

Fjell, K. and J. S. Heywood, (2002),” Public Stackelberg Leadership in a Mixed Oligopoly with Foreign Firms”, *Australian Economic Papers* 41, 267-281

Fjell, K. and D. Pal, (1996),” A Mixed Oligopoly in the Presence of Foreign Private Firms”, *Canadian Journal of Economics* 29, 737-743

Matsuba, T. (2006),” Existence of Equilibrium in Labor-Managed Stackelberg Oligopoly”, *Keio Economic Studies* 43, 113-120

Okuguchi, K. (1993a),” Cournot Oligopoly with Profit-Maximizing and Labor-Managed Firms”, *Keio Economic Studies* 30, 27-38

Okuguchi, K. (1993a),” Comparative Statics for Profit-Maximizing and Labor-Managed Cournot

Oligopolies", *Managerial and Decision Economics* 14, 433-444

White, M. D. (1996)," Mixed Oligopoly, Privatization and Subsidization", *Economics Letters* 53, 189-195