

Langley の問題とその一般化問題の解法

コンピューター利用の一方法

兼 山 瓊 典

On the solutions of the generalized Langley's problems.

A use of a computer for mathematics

Tamafumi Kaneyama

Abstract

A seemingly simple problem involves an isosceles triangle with some angles given. This problem was shown by Langley and it became a famous problem. The original statement of the problem by Langley states the problem as follows: OBC is an isosceles triangle. $B = C = 80^\circ$. A is the point on the line OB such that $\angle BCA = 50^\circ$, D is the point on the line OC such that $\angle CBD = 60^\circ$. Then prove that $\angle ADB = 30^\circ$.

Many people have found a number of the trigonometrical solutions and the pure geometrical solutions. We generalize the Langley's problem. The generalized Langley's problems are as follows: Let $ABCD$ be a convex quadrilateral. Let $\angle ABD = a$, $\angle CBD = b$, $\angle ACB = c$, $\angle ACD = d$. Then find $\angle ADB = x$. When the a , b , c and d are good angles then we can find the good angle of x . In this paper we consider that the angles a , b , c and d are the multiples of 10° . Furthermore we consider pure geometrical solutions of the generalized Langley's problem. We also show that the generalized Langley's problems are solved only using by the elementary geometrical ways.

1. はじめに

初等幾何学の問題は理解しやすく、その解答を見ても容易に理解されることから、多くの人が解こうとしてきた。易しそうに見えるが、かなり難しい問題もある。補助線をうまく引くことにより見事に解ける場合がある。その補助線を見つけることが、楽しみでもあり難しさでもある。初等幾何の問題は時間をかけて考えることが必要である。今の時代は、どのような問題でも時間をかけて考えることが少なくなり、すぐに答えを見ようという傾向にある。しかしこのようなテンポの速い時代こそ時間をかけて考える問題があってもよいのではなかろうか。そして、初等幾何学の問題は、時間をかけて考えるのにはよい問題ではなかろうか。たとえ問題が解けなくても、時間をかけて考えることにより、いろいろなことが見えてきたり、新しい発見が出来ると思われる。

一見易しそうであるが、自分で解こうとすると難しい初等幾何の問題がある。そのため時々あちらこちらで見受けられる。それは Langley の問題といわれるもので、20世紀初頭にイギリスの Langley が雑誌に発表して有名になった。

その Langley の問題は図 1 のようなものである。凸四角形 ABCD において、 $\angle ABD = 20^\circ$ 、 $\angle CBD = 60^\circ$ 、 $\angle ACB = 50^\circ$ 、 $\angle ACD = 30^\circ$ をみたしているとき、 $\angle ADB = x$ の値を求めよというものである。最初に Langley が出題したときは、A と D を延長して頂角が 20° の二等辺三角形から問題を作っている。

一見して問題は易しそうに見えるが、やってみると補助線の引き方が難しい。それ以来多くの人がこの問題を解こうとして今では多くの解法が知られている。その中でも有名で、鮮やかな解答例を紹介しておこう。

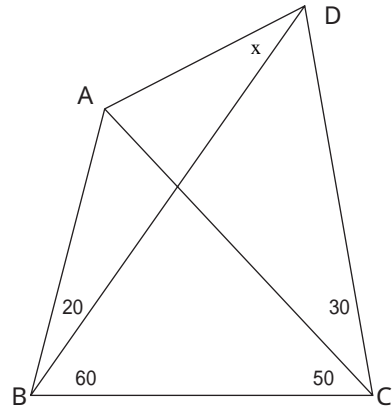


図 1

[解答] 辺 CD 上に $\angle CBE = 20^\circ$ となる点 E をとる。

$\angle CEB = 80^\circ$ であるから、 $\triangle BCE$ は二等辺三角形であり、 $BC = BE$ となる。また、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であるから、 $AB = BC$ である。よって、 $AB = BE$ となる、 $\angle ABE = 60^\circ$ であることを考えると、 $\triangle ABE$ は正三角形である。また、 $\angle BDE = \angle DBE = 40^\circ$ であるから、 $\triangle BDE$ は二等辺三角形であり、 $BE = DE$ となる。よって、 $AE = DE$ となり、 $\triangle AED$ は $\angle AED = 40^\circ$ の二等辺三角形になり、 $\angle ADE = 70^\circ$ となり、 $\angle ADB = 30^\circ$ がわかる。

この解答は見事で、私の好きな解である。それぞれの角度が変わった四角形においてこの様に補助線をうまく引くことができるだろうか。そして、どのように補助線を引けば解くことが出来るのかを考えたい。一つの問題のみを考える場合は補助線の引き方を見つけたことが非常に難しい。いろいろな補助線を引いてそれが有効かどうかを考え、解こうとする。しかし、それは非常に難しいことである。そしてその難しさも考える楽しみでもある。ここでは、多くの場合の四角形を考えることにより、補助線をどのように引けばよいかを考える。そのために、コンピュータを利用することにより、考えやすくなることが分かった。多くの場合を考えるにはコンピュータが便利である。もちろん、そのためには、プログラムをしっかりと作らなければならない。コンピュータを利用することにより、すべての場合の問題が解ける。その解法は最後に表として載せてある。しかし、その解法は複雑な場合がある。個々に問題を考えると、Langley の問題のように鮮やかな解法がある（と思われる）。

2 . Langley の問題の一般化

右図 2 のように凸四角形 ABCD を考え、 $\angle ABD = a$ 、 $\angle CBD = b$ 、 $\angle ACB = c$ 、 $\angle ACD = d$ 、のとき $\angle ADB = x$ を求める問題であるが、 a, b, c, d, x の値はここでは 10° の倍数になる場合を考える。

そうでない場合もいろいろと考えられるが、別の機会に譲ることにする。

左右対称や、 $a = d$ などの場合をのぞいて、考えられる場合の a, b, c, d, x の値は最後の表のような値にな

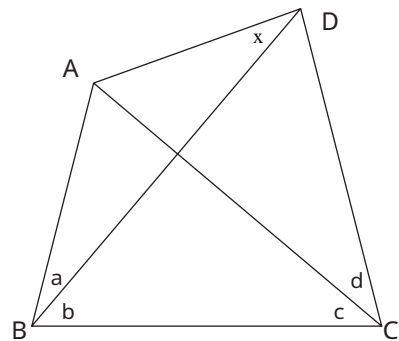


図 2

り全部で352通りである。

最後の表はそれぞれの角度 a, b, c, d, x の値とその問題の解法が示してある。Langley の問題は、問題163であるが、もちろんその解法は前述のように鮮やかな方法ではないことをここで断っておく。

ここでは、図2のように、頂点は ABCD と決めておく。問題番号は表の問題番号とする。また、図の中の数字は角度の記号を省略してあるが角度を表すこととする。

3. コンピューターを利用した解法

コンピューターを利用して問題を解く場合に、色々な補助線を引いて、解法が分かっている場合に帰着させる。勿論、補助線を引かなくても、直接分かる場合がある。これらは簡単に分かる場合であるが、それらは表に解法が書いてある。これらの簡単な場合も問題の中に入れてあるために、補助線を引いてこれらの問題に帰着させることが出来る。別に解けている問題があれば、それらを用いることも可能であるが、今回はそのようにしなかった。また補助線の引き方をいろいろと考えられるが、基本的に頂点 A, B, C, D から引くことを考える。補助線を何本も引かないで、基本的に1本または2本を引くこととする。それに付随して、各点を結ぶような線を引く。どのような補助線の引き方がよいかは、引いた結果が、他の場合の問題を利用できる形になり、他の場合が、解けている場合なら、補助線の引き方はよかったと考える。それにより問題が解けることになる。

補助線の引き方は、適当に引くのではなく、良いものを考えて、コンピューターのプログラムを作らなければならない。それらの補助線の引き方は、最後の表に書いてあるので参照してください。また、補助線を引く場合に、当然であるが、その問題からはじめて補助線を引くことを基本として考えている。次の例のように、解けている問題から補助線を引き新しい問題を解くということはない。

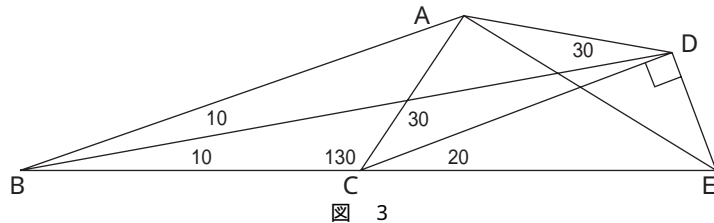
次に1つの例を示す。

問題28が解けている場合に問題4を解く方法

問題28における四角形 ABCD において、 $\angle ADB = 30^\circ$ が分かっているとき、点 E を辺 BC の C の方の延長線上で、 $\angle CDE = 90^\circ$ となる点とする。このとき

$$\angle ADE + \angle ACE = 130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

よって、4点 ACED は同一円周上にある。従って、 $\angle AED = \angle ACD = 30^\circ$ 、 $\angle AEB = 40^\circ$ となり、四角形 ABED を考えれば、問題4となり、問題4の x の値は $x = \angle ADB = 30^\circ$ となることが分かる。



4. コンピューターの利用によって得られた解法から分かる解法

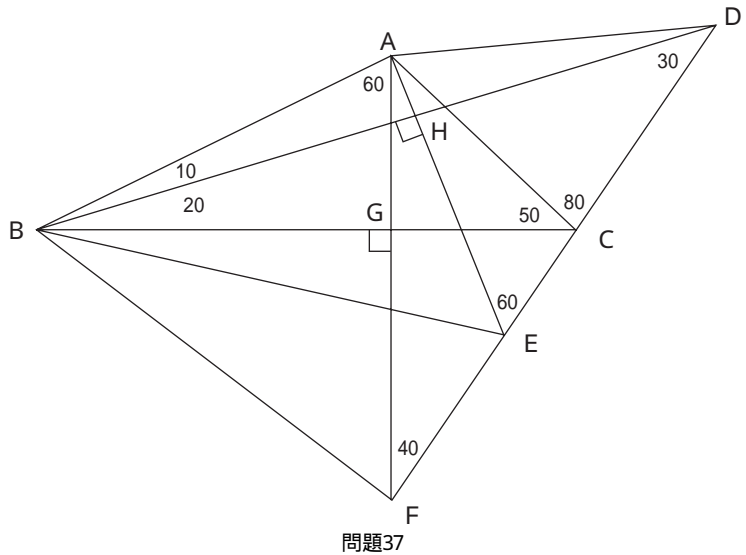
今回のコンピューターの利用による解法は、解けている問題に帰着させるため、帰着させる方法を何回か行い最後には直接解けた問題になるようにする。この帰着させる問題の数が多いと、具体的に1つの図形でそれらの補助線を引いて考えるのは大変難しくなるが、帰着させる問題の数が少ない場合は、1つの図形で補助線を具体的に引いて、分かりやすい解法が得られる。ここではそれらの解法のうちのいくつかを紹介しよう。これらは最後の表から、その解法を、具体的に解いたものである。補助線の引き方は、表を順にたどればよい。また表により、補助線を何本か引いているうちに、新しい解法が見つかることがある。

問題37

点EをDCの延長上で
 $\angle BAE = 80^\circ$ 、点FをDC
 の延長上で $\angle BAF = 60^\circ$ と
 する。このとき、 $BD \perp AE$ 、
 $BC \perp AF$ である。

GをBCとAFの交点、
 HをBDとAEの交点とす
 る。AGCとFCGは直
 角三角形であり角度の関係
 から、合同になる。よっ
 て、 $AG = FG$ となる。従っ
 て $\triangle ABG \cong \triangle FBG$ 、ゆえに
 $\angle FBG = 30^\circ$

また $\angle ABF + \angle AEF = 180^\circ$
 よりABFEは同一円周上にある。よって、 $\angle FBE = \angle FAE = 20^\circ$ ゆえに、 $\angle EBC = 10^\circ$ 、従って
 $\angle EBH = 30^\circ$ となる。 $\angle EDH = 30^\circ$ であるから、 $\triangle EBH \cong \triangle EDH$ ゆえに $BH = HD$
 よって、 $\triangle ABH \cong \triangle ADH$ となるから $\angle ADB = 10^\circ$ となる。

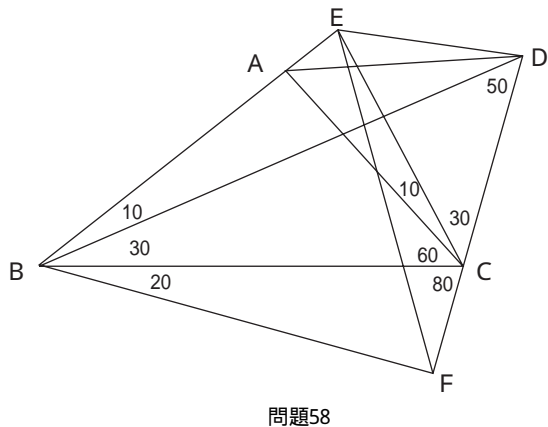


問題58

点EをBAの延長上に $\angle ACE = 10^\circ$ 、F
 をDCの延長上で $\angle CBF = 20^\circ$ とする。

このとき、 $\triangle BCF$ は二等辺三角形であ
 るから、 $BC = BF$ 。 $\triangle EBC$ は二等辺三角形
 であるから、 $BC = BE$ となる。よって、 BE
 $= BF$ となる。 $\angle EBF = 60^\circ$ であるから
 $\triangle EBF$ は正三角形である。よって、 $BF = EF$
 である。

また、 $\triangle FBD$ は二等辺三角形であるか
 ら、 $BF = FD$ となる。従って、 $FE = FD$ と



なり FED は頂角 $\angle DEF = 20^\circ$ の二等辺三角形であるから, $\angle FED = \angle FDE = 80^\circ$ となる。

$$\angle AED + \angle ACD = 140^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

であるから ACDE は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACD = 10^\circ$

ゆえに $\angle ADB = 20^\circ$ となる。

問題170

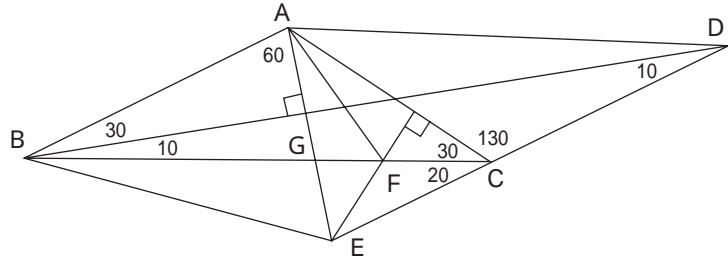
点 E を DC の延長上で $\angle BAE = 60^\circ$, F を BC の間で AC へ垂線 ($\angle CEF = 40^\circ$) とする。

G は BD と AE の交点とする。

$\angle CAE = 50^\circ = \angle ACE$ であるから, $\triangle ACE$ は二等辺

三角形, EF は底辺と垂直であるから, $\angle AEF = 40^\circ$, $\angle EAF = 20^\circ$ となる。

$\angle ABF = \angle AEF$ であるから, ABEF は同一円周上にある。よって $\angle EBF = \angle EAF = 20^\circ$ によって $\angle ABG = \angle EBG = 30^\circ$ となり $\triangle ABG \cong \triangle EBG$ ゆえに $AG = EG$ によって $\triangle AGD \cong \triangle EGD$ ゆえに $\angle ADB = 10^\circ$

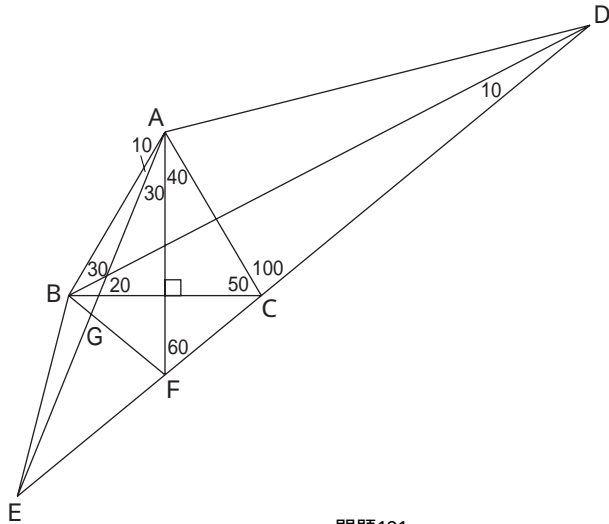


問題170

問題191

点 E を DC の延長上で $\angle BAE = 10^\circ$, 点 F を DC の延長上で $\angle BAF = 40^\circ$ (BC へ垂線 AF) とする。G を AE と BF の交点とする。 $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから $AB = AC$ となる。また $\angle BAF = \angle CAF$ より $\triangle ABF \cong \triangle ACF$ となる。よって $\angle AFB = 60^\circ$ ゆえに $\triangle AEF \cong \triangle ACF$ となる。 $\angle EFG = \angle AFG = 60^\circ$ より $\triangle EFG \cong \triangle AFG$ である。ゆえに $AG = EG$ によって $\triangle ABG \cong \triangle EBG$ によって $\angle AEB = 10^\circ$ となる。また $\angle BAE = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$



問題191

次の問題の解は補助線の数が多いが, 表の解法から得られるものである。考えて補助線を引こうとすると非常に難しいが, この様に複雑なものでも, 容易に補助線を引くことができる例の一つである。さらに複雑なものも考えることができるが, この例の紹介にとどめておく。

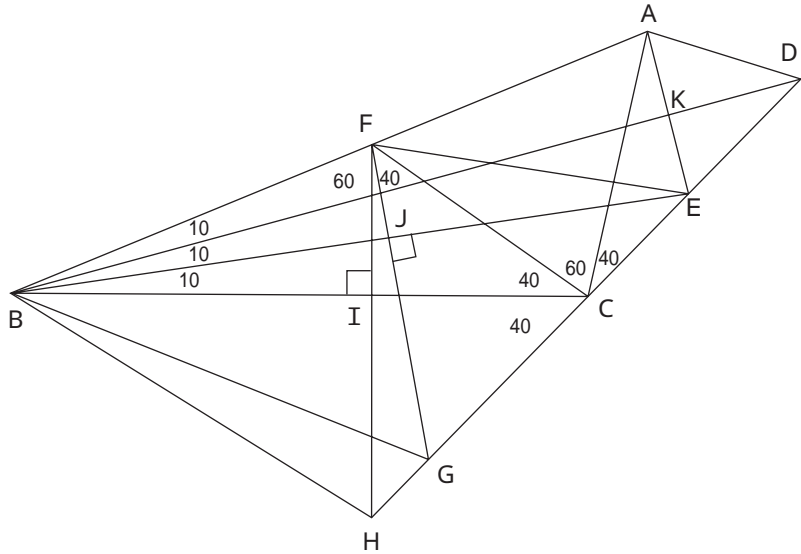
問題46

点 E を $\angle CBE = 10^\circ$, 点 F を $\angle BCF = 40^\circ$, 点 G を $\angle BFG = 70^\circ$ ($\angle BE = FG$)
 点 H を $\angle BFH = 60^\circ$ ($\angle BC = FH$) とする。
 点 I は BC と FH の交点, 点 J は BE と FG の交点とする。

$\angle CFH = 50^\circ = \angle FHC$ より $\angle CFI = \angle CHI$ によって $FI = HI$ となる。よって $\angle BFI = \angle BHI$ ゆえに

$\triangle BFH$ は正三角形となる。

$\angle FBH = 60^\circ = \angle FGC$ より $\triangle BHGF$ は同一円周上にある。よって $\angle CBG = \angle HBI - \angle HBG = \angle HBI - \angle HFG = 20^\circ$ となる。また $\angle BGJ = \angle EGJ = 60^\circ$ より $\angle BGJ = \angle EGJ$ によって $\angle BFJ = \angle EFJ$ となる。従って $\angle CFE = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$ となる。よって $\angle AFE = 40^\circ = \angle ACE$ より $\triangle AFCE$ は同一円周上にある。ゆえに $\angle CAE = 30^\circ$, よって $\angle BAE = 80^\circ$, $AE \perp BD$ となる。このとき AE と BD の交点を K とすると $\angle ABK = \angle EBK$ より $AK = EK$ ゆえに $\angle ADK = \angle EDK$ となり $\angle ADB = 20^\circ$



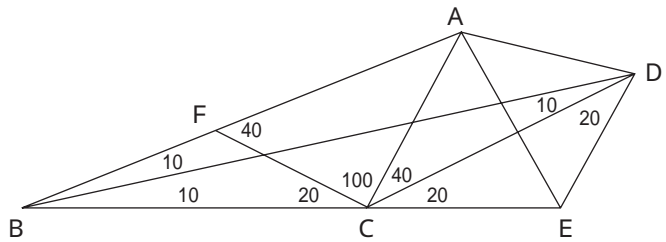
問題46

5. 表の解法によらない解

最後の表により, すべての問題が解けている。具体的に行うには前節のように行えばよい。しかし, 利用する問題の数が多いときは, 1つの図形に補助線を数多く引かなくてはならない。その結果, 図が非常に複雑になってしまうことが多い。それらの補助線を多く引いているときに, 何かを発見することもあり, 無駄ではない。それでもある程度は複雑である。しかし, Langleyの問題のように, 簡単で, 美しい解き方も知りたいものである。ここでは, ほんの一部であるが, 問題の中から, 表の方法によらない別の解法を述べてみる。これらは最良かは分からない。もっと単純で美しい方法があるかもしれない。

問題26

点 E を BC の延長上で $\angle CDE = 20^\circ$, F を AB の間で $\angle BCF = 20^\circ$ とする。 $\triangle CBD$ は二等辺三角形であるから $BC = CD$ である。よって 2つの二等辺三角形 $\triangle BCF$ と $\triangle CDE$ は合同となる。よって $FB = FC = CE = ED$ である。また



問題26

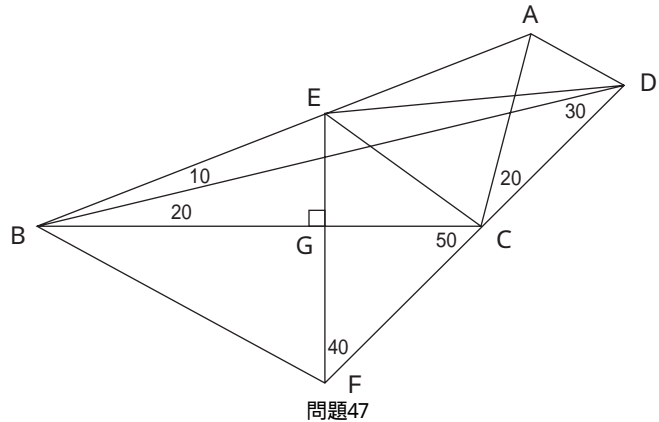
ACF は二等辺三角形であるから、 $FC = AC$ である。よって $AC = CE$ となる。また $\angle ACE = 60^\circ$ であるから、 $\triangle ACE$ は正三角形である。よって $AE = CE = DE$ となり $\triangle ADE$ は二等辺三角形である。 $\angle AED = 140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$ より $\angle ADE = 50^\circ$ 。従って $\angle ADB = 20^\circ$

問題47

点 E を AB 上で $\angle BDE = 10^\circ$ ，
点 F を DC の延長上で $\angle BEF = 60^\circ$ ($\angle BC = \angle EF$) とする。このとき

$\triangle BDE$ は二等辺三角形より $BE = ED$ ，
 $\triangle FDE$ は二等辺三角形より $FE = ED$ であるから $BE = FE$ となる。そして $\angle BEF = 60^\circ$ より $\triangle BEF$ は正三角形である。よって $\angle EBG = \angle FBG$ となり $EG = GF$ である。よって $\angle ECG = \angle FCG$ 。ゆえに $\angle ECG = 50^\circ$ ， $\angle ACE = 110^\circ - 50^\circ = 60^\circ$ である。 $\angle AED = 20^\circ$

$\triangle ACD$ であるから、 $\triangle AEC$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 60^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$

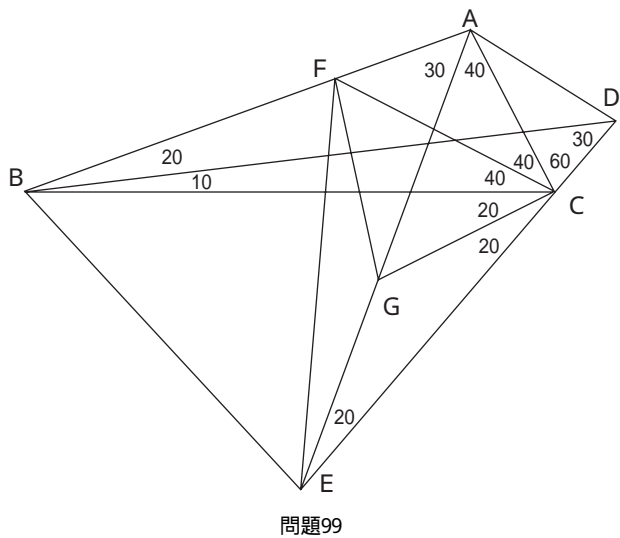


問題47

問題99

点 E を DC の延長上で $\angle CAE = 40^\circ$ ，
F を AB 上で $\angle ACF = 40^\circ$ ，G を AE 上で $\angle BCG = 20^\circ$ とする。 $\triangle ACF$ は二等辺三角形より $AC = FC$ 。 $\triangle ACG$ は二等辺三角形より $AC = CG$ ゆえに $FC = CG$ となる。 $\angle FCG = 60^\circ$ より $\triangle FCG$ は正三角形である。 $\triangle CGE$ は二等辺三角形より $CG = EG$ よって $GE = GF$ となり、 $\triangle FGE$ は二等辺三角形であり、 $\angle AGF = 20^\circ$ であるから $\angle FEG = 10^\circ$ となる。また $\angle FEC = 30^\circ = \angle FBC$ より $\triangle FBEC$ は同一円周上にある。ゆえに $\angle BEF = \angle BCF = 40^\circ$ である。 $\angle BAE = \angle BDE$ より $\triangle ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 50^\circ$



問題99

問題212

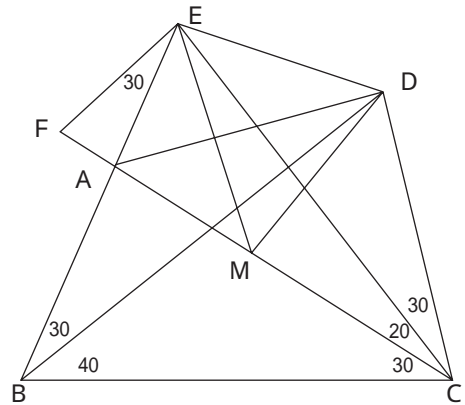
点EをBAの延長上で $\angle DCE = 30^\circ$, FをCAの延長上で $\angle AEF = 30^\circ$ ($\angle CEF = 90^\circ$) とする。

$\angle BEC = 60^\circ = \angle BDC$, $\angle FEB = 30^\circ = \angle FCB$ であるから, BCDEFは同一円周上にある。FCは直径であるからFCの中心Mは円の中心である。 $\angle DME = 2 \angle DCE = 60^\circ$, $MD = ME$ より $\triangle MDE$ は正三角形である。よって $ED = MD$ 。 $\triangle MCE$ は二等辺三角形より $\angle MEC = 20^\circ$ によって $\angle MEA = 40^\circ$ である。

$\angle AME = 40^\circ = \angle MEA$ より $\triangle AME$ は二等辺三角形となり, $AE = AM$ となる。

$\angle AMD = \angle AED = 100^\circ$ であるから $\angle AED = \angle AMD$ 。よって $\angle DAE = 50^\circ$

ゆえに $\angle ADB = \angle DAE - \angle ABD = 20^\circ$



問題212

6. 問題のリストとその解法

Langley の問題の一般化で, その角度が, 10° の倍数になっている場合の問題は次の表のように全部で352問ある。表は, 前節までに使った問題番号と a, b, c, d, x の値にその問題の解または補助線の引き方が載せてある。補助線の引き方は一通りでなく数多く考えられる。紙面の都合上, 問題番号50までは色々な補助線の引き方を表に載せてある。必要なものは最初のものだけである。問題番号51からは補助線の引き方は1通りだけ載せてある。1通りで解けるが, 場合によっては, 良い方法でない場合もある。直接解ける問題は, その解き方が簡単に述べてある。補助線の引き方により利用する問題番号が違うが, 最後には解ける問題になる。問題の数が多いので, 表の解法は簡単に書いてあるので, 意味を理解して読んでください。

番号	a	b	c	d	x	解法 (補助線の引き方)
1	10	10	20	80	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE = BC, AECD が円周上
2	10	10	30	40	20	E を BC 間 BDE = 10°, F を AB 延長上 BEF = 130° で 28 を用いる. AECD は円周上 E を BA の A の延長上で DCE = 30° の時 4 と ACDE は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 100° の時 352 と ABED は円周上
3	10	10	30	110	10	E を DC の C の延長上で BAE = 30° の時 268 と ABED は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 80° の時 260 と AE = BD より E を BA の A の延長上で DCE = 20° の時 24 と ACDE は円周上 E を BC 間 BDE = 20°, F を AB 延長上 BEF = 130° で 27 を用いる. AECD は円周上
4	10	10	40	30	30	E を BC 間 BDE = 10°, F を AB 上 BEF = 120° で 26 を用いる. AFCD は円周上 E を AB の間で DCE = 40° の時 2 と AECD は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 100° の時 350 と ABED は円周上
5	10	10	40	70	20	E を AB 上で BD = CE とすると AECD は円周上にある
6	10	10	40	110	10	E を DC の C の延長上で BAE = 20° の時 224 と ABED は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 80° の時 215 と AE = BD より E を BA の A の延長上で DCE = 20° の時 27 と ACDE は円周上
7	10	10	50	50	30	E を DC の C の延長上で BAE = 70° の時 336 と ABED は円周上 E を BA の A の延長上で DCE = 40° の時 9 と ACDE は円周上 E を AB の間で BCE = 20° とし 1 と 110 を用いる E を BC 間 BDE = 20°, F を AB 延長上 BEF = 110° で 23 を用いる. AECD は円周上
8	10	10	50	80	20	E を BC 間 BDE = 30°, F を AB 延長上 BEF = 110° で 22 を用いる. AECD は円周上 E を BA の A の延長上で DCE = 30° の時 19 と ACDE は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 40° の時 305 と ABED は円周上
9	10	10	60	40	40	E を AB の間で DCE = 50° の時 7 と AECD は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 70° の時 332 と ABED は円周上 E を AB の間で BCE = 20° とし 1 と 112 を用いる E を BC 間 BDE = 20°, F を AB 上 BEF = 100° で 21 を用いる. AFCD は円周上
10	10	10	60	60	30	E を AB 上で BD = CE とすると AECD は円周上にある
11	10	10	60	80	20	E を BA の A の延長上で DCE = 30° の時 22 と ACDE は円周上 E を DC の C の延長上で BAE = 30° の時 235 と ABED は円周上 E を AB の間で BCE = 30° とし 3 と 132 を用いる
12	10	10	80	20	70	直交 (AC = BD) かつ a = b より
13	10	10	80	30	60	直交 (AC = BD) かつ a = b より
14	10	10	80	40	50	直交 (AC = BD) かつ a = b より
15	10	10	80	50	40	直交 (AC = BD) かつ a = b より
16	10	10	80	60	30	直交 (AC = BD) かつ a = b より
17	10	10	80	70	20	直交 (AC = BD) かつ a = b より
18	10	10	80	80	10	直交 (AC = BD) かつ a = b より
19	10	10	100	30	70	E を BC 間 BDE = 30°, F を AB 上 BEF = 60° で 11 を用いる. AFCD は円周上 E を AB の間で DCE = 80° の時 8 と AECD は円周上

						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 40^\circ$ の時255とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし15と189を用いる	
20	10	10	100	40	50	EをAB上でBD, CEとするとAECDは円周上にある	
21	10	10	100	50	30	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時156とABEDは円周上	
						EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 40^\circ$ の時23とACDEは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 40^\circ$ とし6と151を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし17と287を用いる	
						EをDCの延長で $\angle BAE = 40^\circ$ とし254と48を用いる	
22	10	10	110	30	70	EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ の時16とAC, DEより	
						EをABの間で $\angle DCE = 80^\circ$ の時11とAECDは円周上	
						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 30^\circ$ の時200とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 30^\circ$ とし3と138を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし16と205を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 100^\circ$ とし20と173を用いる	
23	10	10	110	40	40	EをABの間で $\angle DCE = 50^\circ$ の時21とAECDは円周上	
						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時144とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 40^\circ$ とし6と152を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし17と262を用いる	
24	10	10	120	20	100	EをABの間で $\angle DCE = 110^\circ$ の時3とAECDは円周上	
						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 30^\circ$ の時185とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 60^\circ$ とし11と163を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし16と150を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 100^\circ$ とし20と115を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 110^\circ$ とし22と93を用いる	
						EをBC間 $\angle BDE = 20^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 40^\circ$ で6を用いる. AFECDは円周上	
25	10	10	120	30	60	EをAB上でBD, CEとするとAECDは円周上にある	
26	10	10	120	40	20	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 10^\circ$ の時69とABEDは円周上	
						EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 30^\circ$ の時28とACDEは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし18と276を用いる	
27	10	10	130	20	100	EをABの間で $\angle DCE = 110^\circ$ の時6とAECDは円周上	
						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時108とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし17と160を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 100^\circ$ とし21と139を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 110^\circ$ とし23と123を用いる	
						EをABの間で $\angle BCE = 120^\circ$ とし25と96を用いる	
28	10	10	130	30	30	EをABの間で $\angle DCE = 40^\circ$ の時26とAECDは円周上	
						EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 10^\circ$ の時51とABEDは円周上	
						EをABの間で $\angle BCE = 80^\circ$ とし18と232を用いる	
29	10	10	140	20	70	$CB = CA = CD$ より	
30	10	10	20	20	40	10	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB延長上 $\angle BEF = 130^\circ$ で51を用いる. AECDFは円周上

						E を BA の A の延長上で $DCE = 20^\circ$ の時32と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 100^\circ$ の時351と ABED は円周上
31	10	20	30	70	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
32	10	20	40	20	30	E を BC 間 $BDE = 10^\circ$, F を AB 上 $BEF = 110^\circ$ で49を用る. AFECD は円周上
						E を AB の間で $DCE = 40^\circ$ の時30と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 100^\circ$ の時348と ABED は円周上
33	10	20	40	40	20	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 110^\circ$ で48を用る. AECDF は円周上
						E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時35と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 80^\circ$ の時345と ABED は円周上
34	10	20	40	80	10	E を BC 間 $BDE = 30^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 110^\circ$ で47を用る. AECDF は円周上
						E を BA の A の延長上で $DCE = 20^\circ$ の時44と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 80^\circ$ の時319と AE BD より
						E を DC の C の延長上で $BAE = 40^\circ$ の時321と ABED は円周上
35	10	20	50	30	30	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 上 $BEF = 100^\circ$ で46を用る. AFECD は円周上
						E を AB の間で $DCE = 40^\circ$ の時33と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 80^\circ$ の時341と ABED は円周上
36	10	20	50	50	20	E を BC 間 $BDE = 30^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 100^\circ$ で45を用る. AECDF は円周上
						E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時38と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 60^\circ$ の時320と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 30^\circ$ とし31と145を用いる
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし92と5を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 70^\circ$ とし330と149を用いる
37	10	20	50	80	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 80^\circ$ の時300と AE BD より
						E を BA の A の延長上で $DCE = 20^\circ$ の時47と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時234と ABED は円周上
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし93と3を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 40^\circ$ とし280と141を用いる
38	10	20	70	30	40	E を BC 間 $BDE = 30^\circ$, F を AB 上 $BEF = 80^\circ$ で43を用る. AFECD は円周上
						E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時36と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 60^\circ$ の時317と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 30^\circ$ とし31と146を用いる
39	10	20	70	40	30	E を DC の C の延長上で $BAE = 50^\circ$ の時297と ABED は円周上
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし95と10を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 60^\circ$ とし316と79を用いる
						E を BC 間 $BDE = 40^\circ$, F を AB 上 $BEF = 80^\circ$ で42を用る. AECD ($A = F$) 円周上
40	10	20	70	70	10	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
41	10	20	80	20	60	E を AB の間で $DCE = 70^\circ$ の時31と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 60^\circ$ の時309と ABED は円周上
						E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 上 $BEF = 70^\circ$ で40を用る. AFECD は円周上
						E を AB の間で $BCE = 50^\circ$ とし36と133を用いる

						E を AB の間で $BCE = 70^\circ$ とし 38 と 92 を用いる
42	10	20	80	40	40	30 E を AB の間で $BCE = 40^\circ$ の時 34 と AC DE より
						E を DC の C の延長上で $BAE = 40^\circ$ の時 267 と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 40^\circ$ とし 34 と 157 を用いる
43	10	20	80	50	20	E を AB の間で $BCE = 50^\circ$ とし 37 と 162 を用いる
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし 98 と 11 を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 40^\circ$ とし 266 と 85 を用いる
						E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時 45 と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時 223 と ABED は円周上
44	10	20	100	20	70	E を BC 間 $BDE = 30^\circ$, F を AB 上 $BEF = 50^\circ$ で 37 を用いる. AFECD は円周上
						E を AB の間で $DCE = 80^\circ$ の時 34 と AECD は円周上
						E を AB の間で $BCE = 80^\circ$ の時 42 と AC DE より
						E を DC の C の延長上で $BAE = 40^\circ$ の時 243 と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 80^\circ$ とし 42 と 118 を用いる
45	10	20	100	30	40	E を AB の間で $BCE = 50^\circ$ とし 37 と 163 を用いる
						E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時 43 と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時 199 と ABED は円周上
46	10	20	100	40	20	E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ の時 101 と AE BD より
						E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時 48 と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時 143 と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 70^\circ$ とし 40 と 265 を用いる
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし 101 と 17 を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 30^\circ$ とし 198 と 83 を用いる
47	10	20	110	20	70	E を AB の間で $DCE = 80^\circ$ の時 37 と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時 184 と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 80^\circ$ とし 43 と 138 を用いる
						E を AB の間で $BCE = 100^\circ$ とし 45 と 98 を用いる
48	10	20	110	30	30	E を AB の間で $DCE = 40^\circ$ の時 46 と AECD は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時 128 と ABED は円周上
						E を AB の間で $BCE = 70^\circ$ とし 40 と 221 を用いる
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし 104 と 21 を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 30^\circ$ とし 183 と 77 を用いる
49	10	20	110	40	10	E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ の時 105 と AE BD より
						E を CD 間 $CBE = 10^\circ$ で 23, 105, 8 を用いる.
						E を BA の A の延長上で $DCE = 20^\circ$ の時 51 と ACDE は円周上
						E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 68 と ABED は円周上
						E を CD の間で $CBE = 10^\circ$ とし 105 と 18 を用いる
						E を DC の延長で $BAE = 20^\circ$ とし 127 と 86 を用いる

50	10	20	120	20	60	CB = CA = CD より
51	10	20	130	20	30	E を AB の間で DCE = 40 °の時49と AECD は円周上
52	10	30	20	30	10	E を BC 間 BDE = 10 °, F を AB 延長上 BEF = 120 °で69を用る . AECD は円周上
53	10	30	30	20	20	E を BC 間 BDE = 10 °, F を AB 上 BEF = 110 °で68を用る . AFCD は円周上
54	10	30	30	50	10	E を DC の C の延長上で BAE = 70 °の時334と ABED は円周上
55	10	30	40	30	20	E を BC 間 BDE = 20 °, F を AB 上 BEF = 100 °で66を用る . AECD (A = F) 円周上
56	10	30	40	60	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
57	10	30	60	20	40	E を AB の間で DCE = 50 °の時54と AECD は円周上
58	10	30	60	40	20	E を BA の A の延長上で DCE = 30 °の時60と ACDE は円周上
59	10	30	60	60	10	直交 (AC BD) かつ c = d より
60	10	30	70	30	30	E を AB の間で BCE = 40 °の時56と AC DE より
61	10	30	70	40	20	E を DC の C の延長上で BAE = 40 °の時264と ABED は円周上
62	10	30	80	20	50	E を AB の間で DCE = 60 °の時56と AECD は円周上
67	10	30	110	20	40	E を AB の間で DCE = 50 °の時64と AECD は円周上
68	10	30	110	30	10	E を DC の C の延長上で BAE = 10 °の時49と ABED は円周上
69	10	30	120	20	20	E を AB の間で DCE = 30 °の時68と AECD は円周上
70	10	40	30	40	10	E を DC の C の延長上で BAE = 70 °の時329と ABED は円周上
71	10	40	50	20	30	E を AB の間で DCE = 40 °の時70と AECD は円周上
72	10	40	50	30	20	E を BC 間 BDE = 30 °, F を AB 上 BEF = 80 °で75を用る . AECD (A = F) 円周上
73	10	40	50	50	10	直交 (AC BD) かつ c = d より
74	10	40	80	20	40	CB = CA = CD より
75	10	40	80	30	20	E を CD の間で CBE = 30 °とし138と11を用いる
76	10	40	80	40	10	E を DC の C の延長上で BAE = 20 °の時140と ABED は円周上
77	10	40	100	20	30	E を AB の間で DCE = 40 °の時76と AECD は円周上
78	10	50	40	40	10	直交 (AC BD) かつ c = d より
79	10	50	60	20	30	CB = CA = CD より
80	10	50	60	40	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
81	10	50	80	20	30	E を AB の間で DCE = 40 °の時80と AECD は円周上
82	10	60	70	30	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
83	10	60	80	20	20	E を AB の間で DCE = 30 °の時82と AECD は円周上
84	10	70	50	30	10	E を DC の C の延長上で BAE = 30 °の時191と ABED は円周上
85	10	70	60	20	20	E を AB の間で DCE = 30 °の時84と AECD は円周上
86	10	70	80	20	10	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
87	20	10	20	120	10	E を BA の A の延長上で DCE = 30 °の時104と ACDE は円周上
88	20	10	30	80	20	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
89	20	10	40	60	30	E を BA の A の延長上で DCE = 50 °の時92と ACDE は円周上
90	20	10	40	100	20	E を DC の C の延長上で BAE = 70 °の時270と AE BD より
91	20	10	40	120	10	E を DC の C の延長上で BAE = 70 °の時147と AE BD より

92	20	10	50	50	40	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 70^\circ$ の時330と ABEDは円周上
93	20	10	50	80	30	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 40^\circ$ の時280と ABEDは円周上
94	20	10	50	100	20	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 70^\circ$ の時226と AE BDより
95	20	10	70	40	60	EをABの間で $\angle DCE = 80^\circ$ の時88と AECDは円周上
96	20	10	70	70	40	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 30^\circ$ の時231と ABEDは円周上
97	20	10	70	80	30	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 50^\circ$ の時102と ACDEは円周上
98	20	10	80	50	60	EをABの間で $\angle DCE = 80^\circ$ の時93と AECDは円周上
99	20	10	80	60	50	EをABの間で $\angle DCE = 70^\circ$ の時96と AECDは円周上
100	20	10	80	80	20	直交(AC BD)かつ $c = d$ より
101	20	10	100	40	80	EをABの間で $\angle DCE = 100^\circ$ の時90と AECDは円周上
102	20	10	100	50	60	EをABの間で $\angle BCE = 50^\circ$ の時94と AC DEより
103	20	10	100	60	30	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 10^\circ$ の時77と ABEDは円周上
104	20	10	110	30	100	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 30^\circ$ の時183と ABEDは円周上
105	20	10	110	40	80	EをABの間で $\angle DCE = 100^\circ$ の時94と AECDは円周上
106	20	10	110	50	40	EをABの間で $\angle DCE = 60^\circ$ の時103と AECDは円周上
107	20	10	120	40	60	$CB = CA = CD$ より
108	20	10	130	30	100	EをABの間で $\angle DCE = 120^\circ$ の時91と AECDは円周上
109	20	20	20	80	10	EをAB上でBD CEとすると AECDは円周上にある
110	20	20	30	50	20	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB延長上 $\angle BEF = 110^\circ$ で128を用る. AECDは円周上
111	20	20	30	100	10	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 30^\circ$ の時124と ACDEは円周上
112	20	20	40	40	30	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 100^\circ$ で126を用る. AFECDは円周上
113	20	20	40	70	20	ABCが二等辺, EをBD上でAE BC, AECDが円周上
114	20	20	40	100	10	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 30^\circ$ の時127と ACDEは円周上
115	20	20	60	60	30	EをAB上でBD CEとすると AECDは円周上にある
116	20	20	70	10	80	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
117	20	20	70	30	60	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
118	20	20	70	40	50	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
119	20	20	70	50	40	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
120	20	20	70	60	30	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
121	20	20	70	70	20	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
122	20	20	70	80	10	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
123	20	20	80	50	40	EをAB上でBD CEとすると AECDは円周上にある
124	20	20	100	30	80	EをABの間で $\angle BCE = 70^\circ$ の時120と AC DEより
125	20	20	100	40	50	$CB = CA = CD$ より
126	20	20	100	50	20	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 10^\circ$ の時66と ABEDは円周上
127	20	20	110	30	80	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時105と ABEDは円周上
128	20	20	110	40	30	EをABの間で $\angle DCE = 50^\circ$ の時126と AECDは円周上
129	20	20	120	30	60	EをAB上でBD CEとすると AECDは円周上にある
130	20	30	20	60	10	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 30^\circ$ の時133と ACDEは円周上
131	20	30	30	40	20	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 100^\circ$ で143を用る. AECD(A=F)円周上

132	20	30	30	80	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時138と ACDE は円周上
133	20	30	50	30	40	E を DC の C の延長上で $BAE = 70^\circ$ の時324と ABED は円周上
134	20	30	50	60	20	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE = BC$, AECD が円周上
135	20	30	50	80	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時142と ACDE は円周上
136	20	30	60	60	20	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
137	20	30	70	40	40	E を AB の間で $DCE = 60^\circ$ の時134と AECD は円周上
138	20	30	80	30	60	E を AB の間で $BCE = 50^\circ$ の時134と $AC = DE$ より
139	20	30	80	40	40	$CB = CA = CD$ より
140	20	30	80	60	10	E を DC の延長で $BAE = 30^\circ$ とし194と166を用いる
141	20	30	100	10	120	E を AB の B の延長上で $CDE = 30^\circ$ の時170と AECD は円周上
142	20	30	100	30	60	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時102と ABED は円周上
143	20	30	100	40	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時46と ABED は円周上
144	20	30	110	30	40	E を AB の間で $DCE = 60^\circ$ の時140と AECD は円周上
145	20	40	20	50	10	E を AB の延長で $CDE = \alpha$ で307, 36, 2 を用る. α を用いる
146	20	40	40	30	30	E を AB の延長で $CDE = \alpha$ で307, 38, 2 を用る. α を用いる
147	20	40	40	70	10	E を DC の延長で $BAE = 50^\circ$ とし292と265を用いる
148	20	40	50	50	20	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
149	20	40	60	10	80	$AB = DB = CB$ より
150	20	40	60	40	30	$CB = CA = CD$ より
151	20	40	60	50	20	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE = BC$, AECD が円周上
152	20	40	70	40	30	E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時151と AECD は円周上
153	20	40	80	30	50	E を AB の間で $DCE = 70^\circ$ の時147と AECD は円周上
154	20	40	80	50	10	E を DC の延長で $BAE = 30^\circ$ とし178と166を用いる
155	20	40	100	10	130	E を AB の B の延長上で $CDE = 20^\circ$ の時91と AECD は円周上
156	20	40	100	30	30	E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時154と AECD は円周上
157	20	50	40	40	20	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
158	20	50	40	60	10	E を DC の延長で $BAE = 50^\circ$ とし285と265を用いる
159	20	50	70	10	100	E を AB の B の延長上で $CDE = 40^\circ$ の時239と AECD は円周上
160	20	50	70	30	40	E を AB の間で $DCE = 60^\circ$ の時158と AECD は円周上
161	20	50	70	40	20	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE = BC$, AECD が円周上
162	20	60	30	50	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時163と ACDE は円周上
163	20	60	50	30	30	E を DC の C の延長上で $BAE = 40^\circ$ の時238と ABED は円周上
164	20	60	50	50	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時135と ABED は円周上
165	20	60	70	30	30	E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時164と AECD は円周上
166	20	60	70	40	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 30^\circ$ の時167と ACDE は円周上
167	20	60	80	30	20	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE = BC$, AECD が円周上
168	30	10	20	130	10	E を BC 間 $BDE = 10^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 120^\circ$ で185を用る. AECD は円周上
169	30	10	30	100	20	E を BC 間 $BDE = 10^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 110^\circ$ で184を用る. AECD は円周上
170	30	10	30	130	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 60^\circ$ の時134と $AE = BD$ より
171	30	10	40	80	30	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE = BC$, AECD が円周上

172	30	10	40	110	20	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 60^\circ$ の時214とAE BDより
173	30	10	60	60	50	EをABの間で $\angle DCE = 80^\circ$ の時171とAECDは円周上
174	30	10	60	80	40	EをBC間 $\angle BDE = 20^\circ$, FをAB延長上 $\angle BEF = 80^\circ$ で179を用る. AECDは円周上
175	30	10	60	100	20	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 50^\circ$ の時184とACDEは円周上
176	30	10	70	70	50	EをBC間 $\angle BDE = 20^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 70^\circ$ で177を用る. AFCDは円周上
177	30	10	70	80	40	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時160とABEDは円周上
178	30	10	80	50	70	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 60^\circ$ で175を用る. AFCDは円周上
179	30	10	80	70	50	EをABの間で $\angle DCE = 80^\circ$ の時177とAECDは円周上
180	30	10	80	80	30	直交(AC BD)かつ $c = d$ より
181	30	10	100	50	80	EをABの間で $\angle DCE = 110^\circ$ の時172とAECDは円周上
182	30	10	100	60	50	$CB = CA = CD$ より
183	30	10	110	40	100	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 30^\circ$ で170を用る. AFCDは円周上
184	30	10	110	50	70	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 10^\circ$ の時47とABEDは円周上
185	30	10	120	40	100	EをABの間で $\angle DCE = 130^\circ$ の時170とAECDは円周上
186	30	20	20	100	10	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB延長上 $\angle BEF = 110^\circ$ で200を用る. AECDは円周上
187	30	20	30	70	20	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB延長上 $\angle BEF = 100^\circ$ で199を用る. AECDは円周上
188	30	20	30	110	10	EをBAのAの延長上で $\angle DCE = 40^\circ$ の時198とACDEは円周上
189	30	20	50	50	40	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 80^\circ$ で196を用る. AFCDは円周上
190	30	20	50	70	30	ABCが二等辺, EをBD上でAE BC, AECDが円周上
191	30	20	50	100	10	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 60^\circ$ の時225とAE BDより
192	30	20	60	60	40	EをABの間で $\angle DCE = 70^\circ$ の時190とAECDは円周上
193	30	20	70	70	30	直交(AC BD)かつ $c = d$ より
194	30	20	80	40	70	EをBC間 $\angle BDE = 10^\circ$, FをAB上 $\angle BEF = 50^\circ$ で191を用る. AFCDは円周上
195	30	20	80	60	40	$CB = CA = CD$ より
196	30	20	80	70	20	EをABの間で $\angle BCE = 50^\circ$ とし191と279を用いる
197	30	20	100	20	110	EをABのBの延長上で $\angle CDE = 30^\circ$ の時168とAECDは円周上
198	30	20	100	40	80	EをDCのCの延長上で $\angle BAE = 20^\circ$ の時101とABEDは円周上
199	30	20	100	50	40	EをABの間で $\angle BCE = 50^\circ$ とし191と280を用いる
200	30	20	110	40	70	EをABの間で $\angle DCE = 100^\circ$ の時191とAECDは円周上
201	30	30	20	80	10	EをAB上でBD CEとするとAECDは円周上にある
202	30	30	40	70	20	EをAB上でBD CEとするとAECDは円周上にある
203	30	30	60	10	80	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
204	30	30	60	20	70	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
205	30	30	60	40	50	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
206	30	30	60	50	40	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
207	30	30	60	60	30	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
208	30	30	60	70	20	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
209	30	30	60	80	10	直交(AC BD)かつ $a = b$ より
210	30	30	80	50	40	EをAB上でBD CEとするとAECDは円周上にある
211	30	30	100	40	50	EをAB上でBD CEとするとAECDは円周上にある

212	30	40	30	50	20	E を BC 間 $BDE = 10^\circ$, F を AB 上 $BEF = 80^\circ$ で 223 を用る . AECD ($A = F$) 円周上
213	30	40	30	80	10	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 80^\circ$ で 222 を用る . AECD は円周上
214	30	40	40	60	20	$CB = CA = CD$ より
215	30	40	40	80	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時 158 と ABED は円周上
216	30	40	50	50	30	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
217	30	40	60	60	20	E を BA の A の延長上で $DCE = 50^\circ$ の時 220 と ACDE は円周上
218	30	40	70	10	100	E を AB の B の延長上で $CDE = 40^\circ$ の時 246 と AECD は円周上
219	30	40	70	40	50	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 上 $BEF = 40^\circ$ で 215 を用る . AFECD は円周上
220	30	40	70	50	30	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE \perp BC$, AECD が円周上
221	30	40	80	20	100	E を AB の B の延長上で $CDE = 30^\circ$ の時 172 と AECD は円周上
222	30	40	80	40	50	E を AB の間で $DCE = 80^\circ$ の時 215 と AECD は円周上
223	30	40	80	50	20	E を CD の間で $CBE = 30^\circ$ とし 266 と 175 を用いる
224	30	40	100	20	130	E を AB の間で $BCE = 80^\circ$ の時 222 と $AC \perp DE$ より
225	30	50	20	60	10	$CB = CA = CD$ より
226	30	50	30	70	10	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 延長上 $BEF = 70^\circ$ で 231 を用る . AECD は円周上
227	30	50	40	40	30	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
228	30	50	40	70	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時 147 と ABED は円周上
229	30	50	60	40	40	E を BC 間 $BDE = 20^\circ$, F を AB 上 $BEF = 40^\circ$ で 228 を用る . AFECD は円周上
230	30	50	60	60	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 40^\circ$ の時 233 と ACDE は円周上
231	30	50	70	40	40	E を AB の間で $DCE = 70^\circ$ の時 228 と AECD は円周上
232	30	50	80	20	110	E を AB の B の延長上で $CDE = 20^\circ$ の時 94 と AECD は円周上
233	30	50	80	40	30	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE \perp BC$, AECD が円周上
234	30	70	50	50	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 37 と ABED は円周上
235	30	70	60	40	20	E を AB の間で $DCE = 50^\circ$ の時 234 と AECD は円周上
236	40	10	30	110	20	E を BA の A の延長上で $DCE = 60^\circ$ の時 240 と ACDE は円周上
237	40	10	50	80	40	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE \perp BC$, AECD が円周上
238	40	10	50	100	30	E を BA の A の延長上で $DCE = 70^\circ$ の時 241 と ACDE は円周上
239	40	10	50	110	20	E を BA の A の延長上で $DCE = 60^\circ$ の時 243 と ACDE は円周上
240	40	10	80	60	70	E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時 194 と ABED は円周上
241	40	10	80	70	60	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時 138 と ABED は円周上
242	40	10	80	80	40	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より
243	40	10	100	60	70	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 44 と ABED は円周上
244	40	20	20	110	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 50^\circ$ の時 252 と ACDE は円周上
245	40	20	40	70	30	E を DC の延長で $BAE = 40^\circ$ とし 270 と 194 を用いる
246	40	20	40	110	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 50^\circ$ の時 212 と $AE \perp BD$ より
247	40	20	50	80	30	E を BA の A の延長上で $DCE = 70^\circ$ の時 249 と ACDE は円周上
248	40	20	60	20	70	$AB = DB = CB$ より
249	40	20	60	70	40	ABC が二等辺, E を BD 上で $AE \perp BC$, AECD が円周上
250	40	20	60	80	30	$CB = CA = CD$ より
251	40	20	70	70	40	直交 ($AC \perp BD$) かつ $c = d$ より

252	40	20	80	50	70	EをDCのCの延長上で BAE = 30°の時178と ABEDは円周上
253	40	20	80	70	30	EをDCのCの延長上で BAE = 10°の時63と ABEDは円周上
254	40	20	100	30	110	EをABのBの延長上で CDE = 20°の時87と AECDは円周上
255	40	20	100	50	70	EをABの間で DCE = 110°の時246と AECDは円周上
256	40	30	30	70	20	EをBAのAの延長上で DCE = 60°の時258と ACDEは円周上
257	40	30	30	100	10	EをBAのAの延長上で DCE = 50°の時266と ACDEは円周上
258	40	30	40	60	30	EをDCの延長で BAE = 40°とし259と194を用いる
259	40	30	40	80	20	CB = CA = CDより
260	40	30	50	80	20	EをBAのAの延長上で DCE = 60°の時263と ACDEは円周上
261	40	30	60	60	40	直交(AC BD)かつ c = dより
262	40	30	70	30	80	EをABのBの延長上で CDE = 40°の時236と AECDは円周上
263	40	30	70	60	40	ABCが二等辺, EをBD上で AE BC, AECDが円周上
264	40	30	70	70	20	EをBAのAの延長上で DCE = 60°の時267と ACDEは円周上
265	40	30	80	20	100	EをCDのDの延長上で ABE = 30°の時221と ABDEは円周上
266	40	30	80	50	60	EをDCのCの延長上で BAE = 20°の時98と ABEDは円周上
267	40	30	80	60	30	EをDCのCの延長上で BAE = 10°の時42と ABEDは円周上
268	40	30	100	30	120	EをABの間で BCE = 70°の時263と AC DEより
269	40	40	20	80	10	CB = CA = CDより
270	40	40	40	70	20	EをAB上で BD CEとすると AECDは円周上にある
271	40	40	50	50	40	直交(AC BD)かつ a = bより
272	40	40	50	60	30	直交(AC BD)かつ a = bより
273	40	40	50	70	20	直交(AC BD)かつ a = bより
274	40	40	50	80	10	直交(AC BD)かつ a = bより
275	40	40	60	60	30	EをAB上で BD CEとすると AECDは円周上にある
276	40	40	80	20	110	EをCDのDの延長上で ABE = 30°の時232と ABDEは円周上
277	40	40	80	30	100	EをABのBの延長上で CDE = 20°の時90と AECDは円周上
278	40	40	80	50	40	ABCが二等辺, EをBD上で AE BC, AECDが円周上
279	40	60	30	70	10	EをDCのCの延長上で BAE = 20°の時132と ABEDは円周上
280	40	60	50	50	30	EをABの間で DCE = 70°の時279と AECDは円周上
281	50	10	40	100	30	EをBAのAの延長上で DCE = 80°の時282と ACDEは円周上
282	50	10	60	80	50	ABCが二等辺, EをBD上で AE BC, AECDが円周上
283	50	10	60	100	30	CB = CA = CDより
284	50	10	80	80	50	直交(AC BD)かつ c = dより
285	50	20	40	80	30	EをBC間 BDE = 10°, FをAB上 BEF = 70°で289を用る. AECD (A = F)円周上
286	50	20	40	100	20	CB = CA = CDより
287	50	20	70	30	80	EをCDのDの延長上で ABE = 40°の時262と ABDEは円周上
288	50	20	70	70	50	直交(AC BD)かつ c = dより
289	50	20	70	80	30	EをDCのCの延長上で BAE = 10°の時60と ABEDは円周上
290	50	30	20	100	10	CB = CA = CDより
291	50	30	30	80	20	EをBC間 BDE = 10°, FをAB延長上 BEF = 70°で297を用る. AECDFは円周上

292	50	30	40	70	30	E を BC 間 $BDE = 10^\circ$, F を AB 上 $BEF = 60^\circ$ で 295 を用いる. AFEC は円周上
293	50	30	40	100	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 60^\circ$ の時 299 と ACDE は円周上
294	50	30	60	60	50	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
295	50	30	60	80	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 58 と ABED は円周上
296	50	30	70	40	80	E を AB の延長で $CDE =$ ° で 111, 183, 2 を用いる. を用いる
297	50	30	70	70	30	E を AB の間で $DCE = 80^\circ$ の時 295 と AECD は円周上
298	50	30	80	30	100	E を CD の D の延長上で $ABE = 40^\circ$ の時 277 と ABDE は円周上
299	50	30	80	60	50	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
300	50	50	20	80	10	E を AB 上で BD CE とすると AECD は円周上にある
301	50	50	40	60	30	直交 (AC BD) かつ $a = b$ より
302	50	50	40	70	20	直交 (AC BD) かつ $a = b$ より
303	50	50	40	80	10	直交 (AC BD) かつ $a = b$ より
304	50	50	60	60	30	E を AB 上で BD CE とすると AECD は円周上にある
305	50	50	70	40	100	E を AB の B の延長上で $CDE = 10^\circ$ の時 8 と AECD は円周上
306	60	10	30	120	20	E を BA の A の延長上で $DCE = 80^\circ$ の時 308 と ACDE は円周上
307	60	10	40	120	20	$CB = CA = CD$ より
308	60	10	70	80	60	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
309	60	10	80	80	60	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
310	60	20	20	120	10	$CB = CA = CD$ より
311	60	20	30	100	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 30^\circ$ の時 212 と ABED は円周上
312	60	20	30	120	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 70^\circ$ の時 318 と ACDE は円周上
313	60	20	50	80	40	E を AB の間で $DCE = 100^\circ$ の時 311 と AECD は円周上
314	60	20	50	100	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 72 と ABED は円周上
315	60	20	70	40	80	E を CD の D の延長上で $ABE = 50^\circ$ の時 296 と ABDE は円周上
316	60	20	70	70	60	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
317	60	20	70	80	40	E を AB の間で $DCE = 100^\circ$ の時 314 と AECD は円周上
318	60	20	80	70	60	ABC が二等辺, E を BD 上で AE BC, AECD が円周上
319	60	40	30	80	20	E を AB の延長で $CDE =$ ° で 34, 242, 2 を用いる. を用いる
320	60	40	50	80	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 36 と ABED は円周上
321	60	40	70	40	100	E を CD の D の延長上で $ABE = 50^\circ$ の時 305 と ABDE は円周上
322	70	10	20	140	10	$CB = CA = CD$ より
323	70	10	40	110	30	E を BA の A の延長上で $DCE = 100^\circ$ の時 324 と ACDE は円周上
324	70	10	50	100	40	E を DC の延長で $BAE = 10^\circ$ とし 72 と 318 を用いる
325	70	10	50	110	30	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時 71 と ABED は円周上
326	70	10	60	100	40	E を AB の間で $DCE = 110^\circ$ の時 325 と AECD は円周上
327	70	10	80	80	70	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
328	70	30	20	110	10	E を BA の A の延長上で $DCE = 80^\circ$ の時 330 と ACDE は円周上
329	70	30	30	110	10	E を DC の延長で $BAE = 20^\circ$ とし 131 と 343 を用いる
330	70	30	50	80	40	E を DC の延長で $BAE = 10^\circ$ とし 36 と 318 を用いる
331	70	30	60	60	70	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より

332	70	30	60	80	40	E を AB の間で $DCE = 110^\circ$ の時329と AECD は円周上
333	70	40	20	100	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時130と ABED は円周上
334	70	40	30	100	10	E を DC の延長で $BAE = 20^\circ$ とし110と343を用いる
335	70	40	40	80	30	E を AB の間で $DCE = 100^\circ$ の時333と AECD は円周上
336	70	40	50	80	30	E を AB の間で $DCE = 100^\circ$ の時334と AECD は円周上
337	70	40	60	60	80	E を CD 上で AD BE とすると ABED は円周上にある
338	80	20	30	110	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時131と ABED は円周上
339	80	20	40	100	30	E を AB の間で $DCE = 110^\circ$ の時338と AECD は円周上
340	80	20	40	110	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時55と ABED は円周上
341	80	20	50	100	30	E を AB の間で $DCE = 110^\circ$ の時340と AECD は円周上
342	80	20	60	60	70	E を CD 上で AD BE とすると ABED は円周上にある
343	80	20	70	70	80	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
344	80	30	30	100	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 20^\circ$ の時110と ABED は円周上
345	80	30	40	100	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時33と ABED は円周上
346	80	30	60	60	80	直交 (AC BD) かつ $c = d$ より
347	100	10	30	130	20	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時53と ABED は円周上
348	100	10	40	120	30	E を AB の間で $DCE = 130^\circ$ の時347と AECD は円周上
349	100	20	20	130	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時52と ABED は円周上
350	100	20	40	110	30	E を AB の間で $DCE = 130^\circ$ の時349と AECD は円周上
351	100	30	20	120	10	E を DC の C の延長上で $BAE = 10^\circ$ の時30と ABED は円周上
352	100	30	30	110	20	E を AB の間で $DCE = 120^\circ$ の時351と AECD は円周上