Langley 型の問題の初等幾何的解法

兼　山　瓊　典

On the elementary solutions of the generalized Langley's problems.

TAMAFUMI KANEYAMA

Abstract

A seemingly simple problem involves an isosceles triangle with some angles given. This problem was shown by Langley and it became a famous problem. The original statement of the problem by Langley states the problem as follows: OBC is an isosceles triangle. ∠B=∠C=80°. A is the point on the line OB such that ∠BCA=50°, D is the point on the line OC such that ∠CBD=60°. Then prove that ∠ADB=30°.

Many people have found a number of the trigonometrical solutions and the pure geometrical solutions. We generalize the Langley's problem. The generalized Langley's problems are as follows: Let ABCD be a convex quadrilateral. Let ∠ABD=a, ∠CBD=b, ∠ACB=c, ∠ACD=d. Then find ∠ADB=x. When the a, b, c and d are good angles then we can find the good angle of x. In this paper we consider that the angles a, b, c, d and x are the multiples of 10°. Furthermore we consider pure geometrical solutions of the generalized Langley's problems. I have already shown that the generalized Langley's problems can be solved using by the elementary geometrical ways in [1]. But these are not enough solutions when we want to solve each problen. So I show the complete geometrical solutions for the generalized Langley's problems in this paper.

1．はじめに

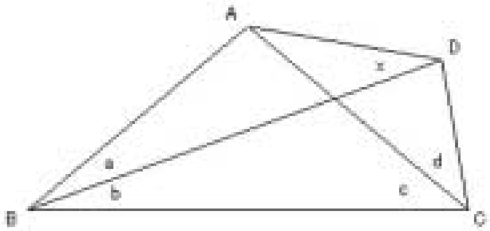
Langley 型の問題について，論文［1］において論じている。そこで，角度が，10°の倍数で，求まる場合の初等幾何的な解法を求めて，具体的に補助線の引き方を述べ，すべての場合について，初等幾何的に求めている。しかし［1］では，補助線を具体的に引いているが，１つずつの問題についてみると，どの様にすればいいのか。図を書いて，補助線を引く場合に図が，複雑になり，求めるのが大変であった。そこで，この論文では，１つずつの問題について，かなり具体的に補助線を引き，１つの図で，求める角度が初等幾何学的に求めることにした。

Langley 型の問題は，角度により易しい場合や，かなり複雑で難しい場合がある。ここで述べる解法は１つの方法で，他にもっと良い場合があるかもしれないことを記しておく。更に使う幾何学の性質は，なるべく易しいもののみとした。

2．問題の設定

Langley 型の問題とは，右図のような四角形があり４つの角度 a, b, c, d が与えられているとき，

※ E-mail　kaneyama@ha.shotoku.ac.jp



角度 x を求めるものである。勿論，角度 x は計算により求めることも可能であるが，ここでは図形の問題として，初等幾何的に求めることをねらいとする。

なるべく難しいことを使わないで，補助線をうまく引くことにより角度 x を求める。

Langley は20世紀初頭にイギリスの雑誌に，この形の特別な場合の a＝20°，b＝60°，c＝50°，d＝30°のときに x を求める問題を発表した。（そのときは，頂角20°の２等辺三角形の両方の底角から線を引く形であった）この Langley の発表した問題は，一見易しそうであるが，考えると大変難しい問題であったので，色々なところで，多くの人により問題として出されるようになった。

Langley の問題は，ここでは次に述べる問題のうち問題163である。

角度を色々変えることは可能であるが，ここでは10°単位で変えることにする。左右対称や，a＝d のように明らかな場合を除いて，x が10°の倍数の形で求まる場合は，次の表のように352通りがある。順序は左側が右側より小さくなる順である。問題番号は後で述べる解法のときに使います。a, b, c, d, x の数字の単位は度である。

番号	a	b	c	d	x
1	10	10	20	80	10
2	10	10	30	40	20
3	10	10	30	110	10
4	10	10	40	30	30
5	10	10	40	70	20
6	10	10	40	110	10
7	10	10	50	50	30
8	10	10	50	80	20
9	10	10	60	40	40
10	10	10	60	60	30
11	10	10	60	80	20
12	10	10	80	20	70
13	10	10	80	30	60
14	10	10	80	40	50
15	10	10	80	50	40
16	10	10	80	60	30
17	10	10	80	70	20
18	10	10	80	80	10
19	10	10	100	30	70
20	10	10	100	40	50
21	10	10	100	50	30
22	10	10	110	30	70
23	10	10	110	40	40
24	10	10	120	20	100
25	10	10	120	30	60
26	10	10	120	40	20
27	10	10	130	20	100
28	10	10	130	30	30
29	10	10	140	20	70

番号	a	b	c	d	x
30	10	20	20	40	10
31	10	20	30	70	10
32	10	20	40	20	30
33	10	20	40	40	20
34	10	20	40	80	10
35	10	20	50	30	30
36	10	20	50	50	20
37	10	20	50	80	10
38	10	20	70	30	40
39	10	20	70	40	30
40	10	20	70	70	10
41	10	20	80	20	60
42	10	20	80	40	30
43	10	20	80	50	20
44	10	20	100	20	70
45	10	20	100	30	40
46	10	20	100	40	20
47	10	20	110	20	70
48	10	20	110	30	30
49	10	20	110	40	10
50	10	20	120	20	60
51	10	20	130	20	30
52	10	30	20	30	10
53	10	30	30	20	20
54	10	30	30	50	10
55	10	30	40	30	20
56	10	30	40	60	10
57	10	30	60	20	40
58	10	30	60	40	20

番号	a	b	c	d	x
59	10	30	60	60	10
60	10	30	70	30	30
61	10	30	70	40	20
62	10	30	80	20	50
63	10	30	80	30	30
64	10	30	80	50	10
65	10	30	100	20	50
66	10	30	100	30	20
67	10	30	110	20	40
68	10	30	110	30	10
69	10	30	120	20	20
70	10	40	30	40	10
71	10	40	50	20	30
72	10	40	50	30	20
73	10	40	50	50	10
74	10	40	80	20	40
75	10	40	80	30	20
76	10	40	80	40	10
77	10	40	100	20	30
78	10	50	40	40	10
79	10	50	60	20	30
80	10	50	60	40	10
81	10	50	80	20	30
82	10	60	70	30	10
83	10	60	80	20	20
84	10	70	50	30	10
85	10	70	60	20	20
86	10	70	80	20	10
87	20	10	20	120	10

番号	a	b	c	d	x
88	20	10	30	80	20
89	20	10	40	60	30
90	20	10	40	100	20
91	20	10	40	120	10
92	20	10	50	50	40
93	20	10	50	80	30
94	20	10	50	100	20
95	20	10	70	40	60
96	20	10	70	70	40
97	20	10	70	80	30
98	20	10	80	50	60
99	20	10	80	60	50
100	20	10	80	80	20
101	20	10	100	40	80
102	20	10	100	50	60
103	20	10	100	60	30
104	20	10	110	30	100
105	20	10	110	40	80
106	20	10	110	50	40
107	20	10	120	40	60
108	20	10	130	30	100
109	20	20	20	80	10
110	20	20	30	50	20
111	20	20	30	100	10
112	20	20	40	40	30
113	20	20	40	70	20
114	20	20	40	100	10
115	20	20	60	60	30
116	20	20	70	10	80
117	20	20	70	30	60
118	20	20	70	40	50
119	20	20	70	50	40
120	20	20	70	60	30
121	20	20	70	70	20
122	20	20	70	80	10
123	20	20	80	50	40
124	20	20	100	30	80
125	20	20	100	40	50
126	20	20	100	50	20
127	20	20	110	30	80
128	20	20	110	40	30
129	20	20	120	30	60
130	20	30	20	60	10
131	20	30	30	40	20
132	20	30	30	80	10
133	20	30	50	30	40
134	20	30	50	60	20
135	20	30	50	80	10
136	20	30	60	60	20

番号	a	b	c	d	x
137	20	30	70	40	40
138	20	30	80	30	60
139	20	30	80	40	40
140	20	30	80	60	10
141	20	30	100	10	120
142	20	30	100	30	60
143	20	30	100	40	20
144	20	30	110	30	40
145	20	40	20	50	10
146	20	40	40	30	30
147	20	40	40	70	10
148	20	40	50	50	20
149	20	40	60	10	80
150	20	40	60	40	30
151	20	40	60	50	20
152	20	40	70	40	30
153	20	40	80	30	50
154	20	40	80	50	10
155	20	40	100	10	130
156	20	40	100	30	30
157	20	50	40	40	20
158	20	50	40	60	10
159	20	50	70	10	100
160	20	50	70	30	40
161	20	50	70	40	20
162	20	60	30	50	10
163	20	60	50	30	30
164	20	60	50	50	10
165	20	60	70	30	30
166	20	60	70	40	10
167	20	60	80	30	20
168	30	10	20	130	10
169	30	10	30	100	20
170	30	10	30	130	10
171	30	10	40	80	30
172	30	10	40	110	20
173	30	10	60	60	50
174	30	10	60	80	40
175	30	10	60	100	20
176	30	10	70	70	50
177	30	10	70	80	40
178	30	10	80	50	70
179	30	10	80	70	50
180	30	10	80	80	30
181	30	10	100	50	80
182	30	10	100	60	50
183	30	10	110	40	100
184	30	10	110	50	70
185	30	10	120	40	100

番号	a	b	c	d	x
186	30	20	20	100	10
187	30	20	30	70	20
188	30	20	30	110	10
189	30	20	50	50	40
190	30	20	50	70	30
191	30	20	50	100	10
192	30	20	60	60	40
193	30	20	70	70	30
194	30	20	80	40	70
195	30	20	80	60	40
196	30	20	80	70	20
197	30	20	100	20	110
198	30	20	100	40	80
199	30	20	100	50	40
200	30	20	110	40	70
201	30	30	20	80	10
202	30	30	40	70	20
203	30	30	60	10	80
204	30	30	60	20	70
205	30	30	60	40	50
206	30	30	60	50	40
207	30	30	60	60	30
208	30	30	60	70	20
209	30	30	60	80	10
210	30	30	80	50	40
211	30	30	100	40	50
212	30	40	30	50	20
213	30	40	30	80	10
214	30	40	40	60	20
215	30	40	40	80	10
216	30	40	50	50	30
217	30	40	60	60	20
218	30	40	70	10	100
219	30	40	70	40	50
220	30	40	70	50	30
221	30	40	80	20	100
222	30	40	80	40	50
223	30	40	80	50	20
224	30	40	100	20	130
225	30	50	20	60	10
226	30	50	30	70	10
227	30	50	40	40	30
228	30	50	40	70	10
229	30	50	60	40	40
230	30	50	60	60	10
231	30	50	70	40	40
232	30	50	80	20	110
233	30	50	80	40	30
234	30	70	50	50	10

番号	a	b	c	d	x
235	30	70	60	40	20
236	40	10	30	110	20
237	40	10	50	80	40
238	40	10	50	100	30
239	40	10	50	110	20
240	40	10	80	60	70
241	40	10	80	70	60
242	40	10	80	80	40
243	40	10	100	60	70
244	40	20	20	110	10
245	40	20	40	70	30
246	40	20	40	110	10
247	40	20	50	80	30
248	40	20	60	20	70
249	40	20	60	70	40
250	40	20	60	80	30
251	40	20	70	70	40
252	40	20	80	50	70
253	40	20	80	70	30
254	40	20	100	30	110
255	40	20	100	50	70
256	40	30	30	70	20
257	40	30	30	100	10
258	40	30	40	60	30
259	40	30	40	80	20
260	40	30	50	80	20
261	40	30	60	60	40
262	40	30	70	30	80
263	40	30	70	60	40
264	40	30	70	70	20
265	40	30	80	20	100
266	40	30	80	50	60
267	40	30	80	60	30
268	40	30	100	30	120
269	40	40	20	80	10
270	40	40	40	70	20
271	40	40	50	50	40
272	40	40	50	60	30
273	40	40	50	70	20
274	40	40	50	80	10

番号	a	b	c	d	x
275	40	40	60	60	30
276	40	40	80	20	110
277	40	40	80	30	100
278	40	40	80	50	40
279	40	60	30	70	10
280	40	60	50	50	30
281	50	10	40	100	30
282	50	10	60	80	50
283	50	10	60	100	30
284	50	10	80	80	50
285	50	20	40	80	30
286	50	20	40	100	20
287	50	20	70	30	80
288	50	20	70	70	50
289	50	20	70	80	30
290	50	30	20	100	10
291	50	30	30	80	20
292	50	30	40	70	30
293	50	30	40	100	10
294	50	30	60	60	50
295	50	30	60	80	20
296	50	30	70	40	80
297	50	30	70	70	30
298	50	30	80	30	100
299	50	30	80	60	50
300	50	50	20	80	10
301	50	50	40	60	30
302	50	50	40	70	20
303	50	50	40	80	10
304	50	50	60	60	30
305	50	50	70	40	100
306	60	10	30	120	20
307	60	10	40	120	20
308	60	10	70	80	60
309	60	10	80	80	60
310	60	20	20	120	10
311	60	20	30	100	20
312	60	20	30	120	10
313	60	20	50	80	40

番号	a	b	c	d	x
314	60	20	50	100	20
315	60	20	70	40	80
316	60	20	70	70	60
317	60	20	70	80	40
318	60	20	80	70	60
319	60	40	30	80	20
320	60	40	50	80	20
321	60	40	70	40	100
322	70	10	20	140	10
323	70	10	40	110	30
324	70	10	50	100	40
325	70	10	50	110	30
326	70	10	60	100	40
327	70	10	80	80	70
328	70	30	20	110	10
329	70	30	30	110	10
330	70	30	50	80	40
331	70	30	60	60	70
332	70	30	60	80	40
333	70	40	20	100	10
334	70	40	30	100	10
335	70	40	40	80	30
336	70	40	50	80	30
337	70	40	60	60	80
338	80	20	30	110	20
339	80	20	40	100	30
340	80	20	40	110	20
341	80	20	50	100	30
342	80	20	60	60	70
343	80	20	70	70	80
344	80	30	30	100	20
345	80	30	40	100	20
346	80	30	60	60	80
347	100	10	30	130	20
348	100	10	40	120	30
349	100	20	20	130	10
350	100	20	40	110	30
351	100	30	20	120	10
352	100	30	30	110	20

３．解法について

問題の解法は，煩雑さを避けるために補助線の引き方や点の決め方の説明は簡単にしてあります。そのため，図を見ながら，どの様に補助線を引くか，点を取るかを考えます。次の例で説明してみます。

例　E を∠BAE＝20°．．．．（1）

F を BC 上で∠CDF＝30°．．．．（2）

Gを BD に関する E の対称点．．．．（３）

Hを∠BCH＝60 °と∠CBH＝60 °の交点．．．．（４）

の様に記述してあります。

（１）の場合は，どれかの線分または線分の延長上に点 E をとり∠BAE＝20 °となるようにします。この場合どの線分（の延長）上かは図を見て判断します。角度の取り方は右回りか，左回りかは図を見て判断します。

（２）の場合は，線分 BC 上または線分 BC の延長上に点 F をとり∠CDF＝30 °となるようにします。角度の取り方は図を見ます。

（３）の場合は普通に対称点を取ります。

（４）の場合は，∠BCH＝60 °と∠CBH＝60 °となるような点を取ります。角度の取り方は図を参照します。

この様に点は E, F, G．．．の順に決めていきます。

図の数字は角度を表します。単位の °は省略してあります。なるべく角度を図に表示してありますが，表示しにくい場合は省略してあります。図の線分も表示しにくい場合等は引かない図になっている場合もあります。解をみて線分が引いてなくても△DFG などという使い方をします。

解法の記述は，簡単にしてありますので，説明不足があるかもしれません。

同じ方法で解法できる場合がありますので，それらはまとめて最後に解法 A から解法 G としてまとめてあります。

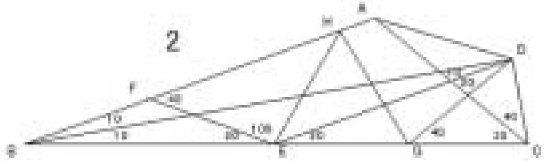
問題の解法は色々考えられますが，１通りとしてあります。これらの解法よりも簡単にできる場合も当然あると思います。基本的には難しいことは使わないで解法することを心がけています。そのため，図が複雑になっている場合もあります。

他の問題の角度を利用して求める解法はやめました。そのような場合でも，その問題のみで角度が求まるように，最初から補助線を引き角度を求めます。その結果，同じような解法が表れます。

次の例の問題２の解法に示すように，線分を引き点が一致することを示して角度を求める場合もありますが，ここでは，多少複雑になりますが，そのような解法はやめました。

例

２．．．．（問題番号を表す）



Eを∠BDE＝10 °

Fを∠BEF＝20 °

Gを∠EDG＝20 °

Hを∠FEH＝100 °とする。

△EBD は２等辺三角形より　EB＝ED　よって　△FBE≡△GDE　よって　FE＝GE＝GD

△EFH は２等辺三角形より　EF＝EH　よって　EH＝EG

∠HEG＝60 °　より　△EGH は正三角形　よって　GH＝GD

△GCD は２等辺三角形より　GD＝GC　よって　GH＝GC

∠CGH＝120 °　より　∠GCH＝30 °　よって　∠GCA＝30 °であるから，A と H は一致する。

よって　GE＝GA＝GD＝GC　となり　EACD は G を中心の円周上にある。

∠ADE＝∠ACE＝30°　よって　∠ADB＝20°

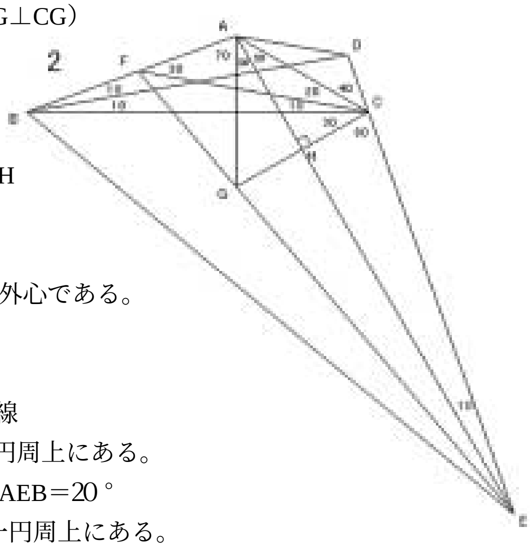
4．問 題 別 解 法

ここでの解法で，同じような形で求まる場合は，最後にまとめて，解法Aから解法Gの形で載せてあるので，それらを参照してください。個別には，角度が分かっているので易しくなります。

1　解法E

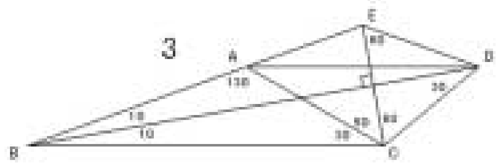
2

Eを∠BAE＝100°
Fを∠BCF＝10°
Gを∠ACG＝60°と∠CAG＝60°の交点（AG⊥CG）
HをAEとCGの交点　とする。
△ACGは正三角形である。
よって　△ACH≡△AGH
よって　CH＝GH　よって　△ECH≡△EGH
よって　∠EGH＝80°，∠GEH＝10°
△GACは2等辺三角形（正三角形）で
∠AGC＝2×∠AFC　より　Gは△ACFの外心である。
よって　GA＝GF
∠FAG＝70°　より　∠AGF＝40°
よって　∠FGE＝180°となり，FGEは一直線
∠FBC＝20°＝∠FEC　より　FBECは同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝10°　よって　∠AEB＝20°
∠ABD＝10°＝∠AED　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°



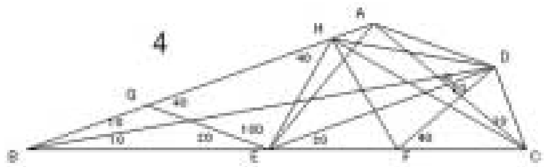
3

EをBDに関するCの対称点　とする
△CDEは正三角形　より　EC＝ED
∠EAC＝50°＝∠ECA　より
△EACは二等辺三角形
よって　EA＝EC　ゆえに　EA＝ED
∠AED＝140°　より　∠ADE＝20°　よって　∠ADB＝10°



4

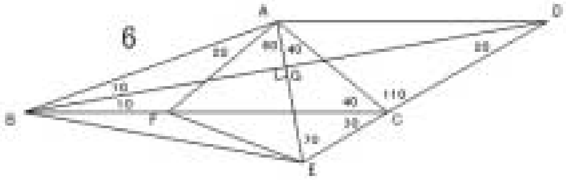
Eを　∠BDE＝10°
Fを　∠BDF＝30°
Gを　∠BEG＝20°
Hを　∠GEH＝100°とする
△EBDは2等辺三角形より　EB＝ED
よって　△GBE≡△FED　よって　GB＝GE＝FE＝FD



△EGH は 2 等辺三角形より　EG＝EH　ゆえに　EH＝EF
∠HEF＝60° より　△HEF は正三角形　よって　FH＝FE　ゆえに　FH＝FD
△FCD は 2 等辺三角形より　FC＝FD　ゆえに　FC＝FH
よって　∠CFH＝120° より　∠FCH＝30° ゆえに　∠ACH＝10°
∠EHC＝90°＝∠EDC　より　HECD は同一円周上にある。（F が円の中心）
∠AHE＋∠ACE＝180° より　AHEC は同一円周上にある。
よって　AHECD は同一円周上にある。
よって　∠ADH＝∠ACH＝10°, ∠HDE＝∠HCE＝30° よって　∠ADB＝30°

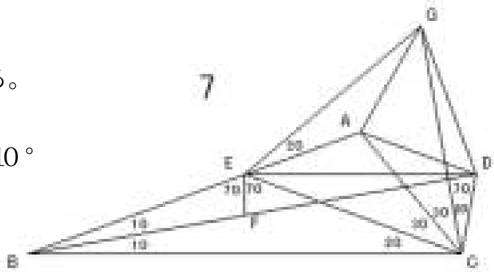
5　解法 C

6



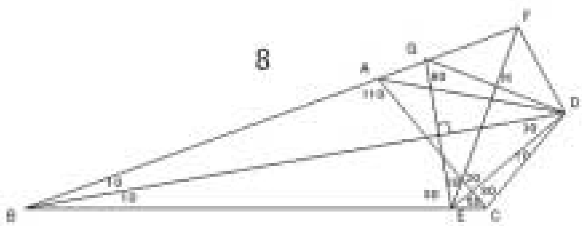
E を∠BAE＝80°(BD⊥AE）
F を∠BAF＝20°
G を AE と BD の交点　とする。
△AEC は 2 等辺三角形より　AC＝AE
△AFC は 2 等辺三角形より　AC＝AF　ゆえに　AE＝AF
∠EAF＝60° より　△AEF は正三角形　よって　FA＝FE
△FAB は 2 等辺三角形より　FA＝FB　ゆえに　FB＝FE
∠BFE＝160° より　∠FBE＝10° ゆえに　∠EBG＝20°
△EBG≡△EDG　より　BG＝DG　よって　△ABG≡△ADG
よって　∠ADB＝∠ABG＝10°

7



E を∠BCE＝20°
F を∠BEF＝70°（BC⊥EF）
G を∠AEG＝20°と∠ACG＝30°の交点とする。
△EBC は 2 等辺三角形より　EB＝EC
よって　△EBF≡△ECF　よって　∠ECF＝10°
∠FEC＝70°＝∠FDC　より
EFCD は同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝10°
よって　∠DEC＝20° よって　∠DEA＝20° よって　△CEG は正三角形
よって　△CEA≡△CGA　よって　∠AGC＝40°, ∠AGE＝20°
△ECD は 2 等辺三角形より　EC＝ED　ゆえに　ED＝EG　よって　△EDA≡△EGA
よって　∠ADE＝∠AGE＝20° よって　∠ADB＝30°

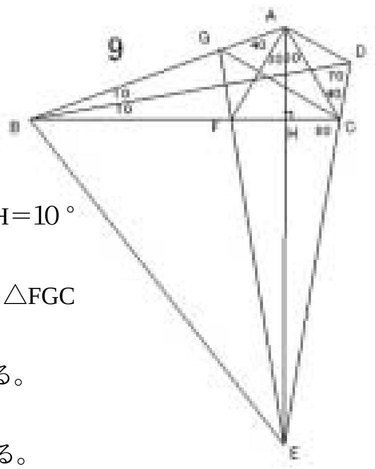
8



E を∠BDE＝30°
F を∠BEF＝110°
G を BD に関する E の対称点
H を DG と EF の交点とする。
△EDG は正三角形である。
よって　△EDH≡△EGH

よって　DH＝GH, DG⊥EF　よって　△FDH≡△FGH
∠FGH＝40°　より　∠FDH＝40°
よって　∠FDC＝110°
∠FAC＋∠FDC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
∠FEC＋∠FDC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。
よって　FAECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝50°　よって　∠ADB＝20°

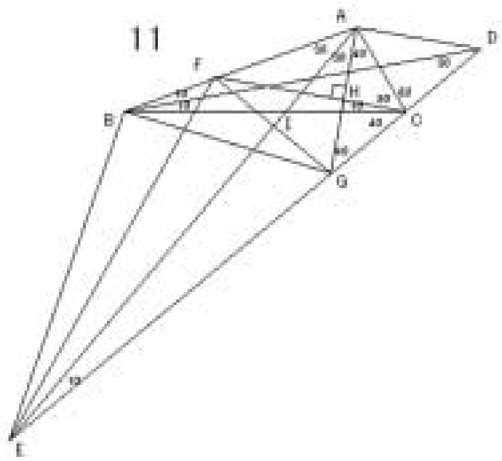
9



E を∠BAE＝70°
F を∠BAF＝40°
G を AB と EF の交点
H を BC と AE の交点　とする。
△ACH≡△AFH　より　CH＝FH
よって　△ECH≡△EFH　よって　∠HFE＝80°, ∠FEH＝10°
∠AFC＝60°　より　∠AFG＝40°　よって　GA＝GF
△CAF は正三角形　より　CA＝CF　よって　△AGC≡△FGC
よって　∠ACG＝∠FCG＝30°
∠BGE＝80°＝∠BCE　より　BECG は同一円周上にある。
よって　∠BEG＝∠BCG＝30°　よって∠AEB＝40°
∠BAE＝70°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

10　解法 C

11



E を∠BAE＝30°
F を∠BCF＝10°
G を∠CAG＝40°（AG⊥FC）
H を AG と FC の交点
I を BC と AE の交点　とする。
△CAH≡△CGH より　AH＝GH
よって　△FAH≡△FGH
よって　△AFG は正三角形
よって　△AFI≡△AGI
よって　FI＝GI, FG⊥AE
よって　△EFI≡△EGI
よって　∠FEI＝10°
∠FEC＝20°＝∠FBC　より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝10°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

12 解法 A，解法 F，解法 G

13 解法 A

14 解法 A

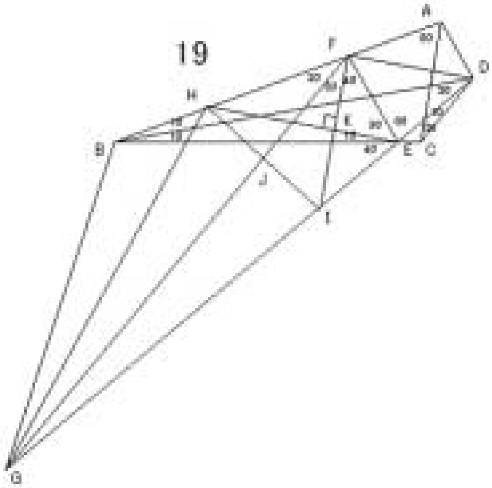
15 解法 A

16 解法 A

17 解法 A

18 解法 A

19



E を∠BDE＝30°

F を∠BEF＝60°

G を∠BFG＝30°

H を∠BEH＝10°

I を∠EFI＝40°（FI⊥HE）

J を HI と FG の交点

K を HE と FI の交点　とする。

△EFK≡△EIK　より　FK＝IK

よって　△HFK≡△HIK

よって　△HFI は正三角形

△FHJ≡△FIJ　より　HJ＝IJ, HI⊥FG

よって　△GHJ≡△GIJ

∠GIJ＝80°　より　∠IGJ＝∠HGJ＝10°

∠HBE＝20°＝∠HGE　より　HBGE は同一円周上にある。

よって　∠BGH＝∠BEH＝10°　よって　∠BGF＝20°

∠BFG＝30°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。

よって　∠BDF＝∠BGF＝20°　よって　∠DFE＝50°，∠AFD＝30°

∠FDC＋∠FEC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。

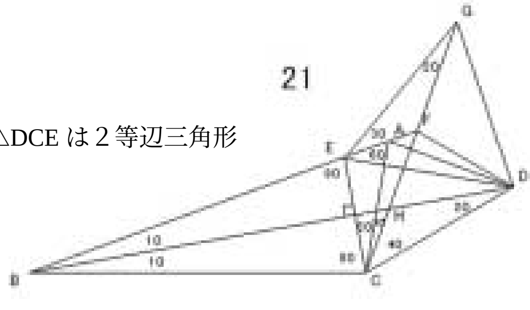
∠AFD＝30°＝∠ACD　より　AFCD は同一円周上にある。

よって　AFECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝100°　よって　∠ADB＝70°

20 解法 D

21



E を∠BCE＝80°（BD⊥CE）

F を∠DCF＝40°

G を∠FEG＝30°

H を BD と CF の交点　とする。

△BCE は 2 等辺三角形で BD⊥CE より　△DCE は 2 等辺三角形

よって　∠BDE＝20°，∠CED＝70°

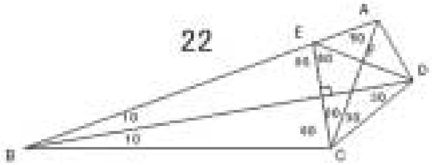
よって　∠DEA＝30°

△DCE は 2 等辺三角形より

△DCH≡△DEH よって∠DEH＝40°

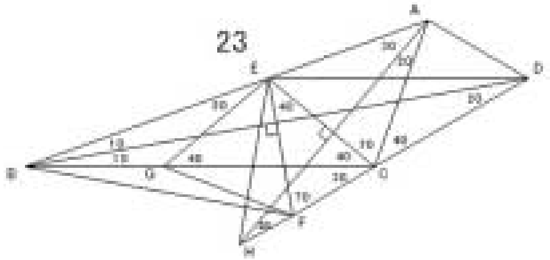
∠EGH＝20°＝∠EDH　より　GEHD は同一円周上にある。
よって　∠DGH＝∠DEH＝40°　よって　∠DGE＝60°
∠DEG＝60°　より　△EDG は正三角形
よって　△EDF≡△EGF　ゆえに　∠EDF＝20°　ゆえに　∠CDF＝60°
∠CAF＋∠CDF＝180°　より　ACDF は同一円周上にある。
よって　∠ADF＝∠ACF＝10°　よって　∠ADB＝30°

22



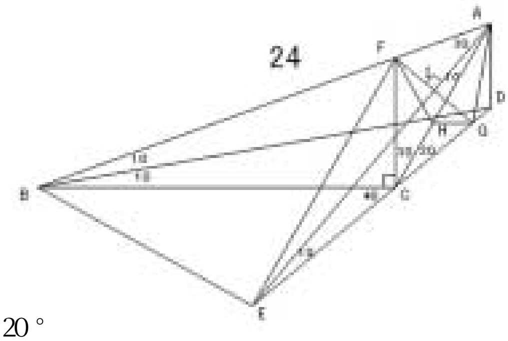
E を BD に関する C の対称点
F を AC と DE の交点　とする。
△CDE は正三角形
よって　△CDF≡△CEF
よって　DF＝EF, AC⊥DE　よって　△ADF≡△AEF
よって　∠ADF＝∠AEF＝40°　よって　∠ADB＝70°

23



E を∠BCE＝40°
F を∠CEF＝40°（BD⊥EF）
G を∠BEG＝20°
H を∠BAH＝30°（AH⊥CE）　とする。
△ECF は 2 等辺三角形より　EC＝EF
△ECG は 2 等辺三角形より　EC＝EG
ゆえに　EF＝EG
∠FEG＝60°　より　△EGF は正三角形　よって　GE＝GF
△GBE は 2 等辺三角形より　GE＝GB　ゆえに　GB＝GF
∠BGF＝160°　より　∠FBG＝10°　よって　∠FBD＝20°
△FBD は 2 等辺三角形で，BD⊥EF より　△EBD は 2 等辺三角形　よって　∠EDB＝10°
△CAH は 2 等辺三角形で，AH⊥CE より　△EAH は 2 等辺三角形
よって　∠AHE＝30°
∠EAH＝30°＝∠EDH　より　AEHD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠AHE＝30°　よって　∠ADB＝40°

24

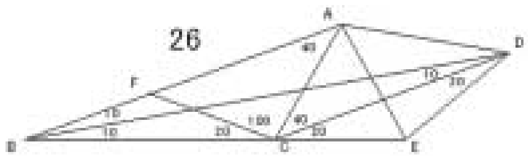


E を∠BAE＝30°
F を∠BCF＝90°
G を∠AFG＝60°（AE⊥FG）
H を AC 上の点で∠CGH＝40°（GH⊥FC）
I を AE と FG の交点　とする。
∠GFC＝50°　より　∠FGH＝40°
△GCF は 2 等辺三角形より　GC＝GF
よって　△GCH≡△GFH　よって　∠GFH＝20°
∠FGH＝40°＝∠FAH　より　FHGA は同一円周上にある。
よって　∠GAH＝∠GFH＝20°　よって　△AFI≡△AGI　よって　FI＝GI

よって　△EFI≡△EGI　よって　∠FEI＝10°
∠FEC＝20°＝∠FBC より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝90°　よって　∠AEB＝100°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝100°

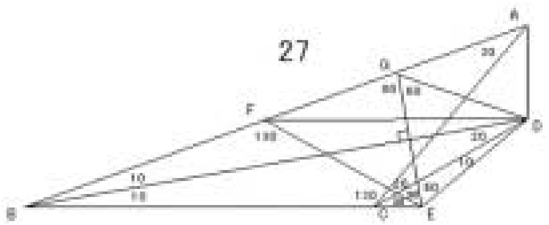
25　解法 D

26



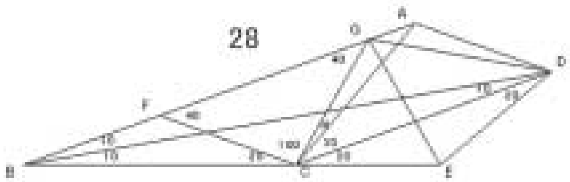
E を∠CDE＝20°
F を∠BCF＝20°とする。
△CBD は 2 等辺三角形より　CB＝CD
よって　△FBC≡△ECD
よって　FB＝FC＝EC＝ED
△CAF は 2 等辺三角形より　CF＝CA　ゆえに　CA＝CE
よって　△CAE は正三角形　よって　EA＝EC　よって　EA＝ED
∠AED＝80°　より　∠ADE＝50°　よって　∠ADB＝20°

27



E を∠CDE＝10°
F を∠CEF＝30°
G を BD に関する E の対称点　とする。
△DEG は正三角形より　GE＝GD
△GEF は 2 等辺三角形より　GE＝GF
よって　GF＝GD
∠DGF＝140°　より　∠GDF＝20°　よって　∠FDB＝10°
∠FAC＝30°＝∠FDC＝∠FEC　より　FCEDA は同一円周上にある。
よって　∠FCD＝∠FED＝110°　よって　∠FCA＝90°
よって　∠FDA＝∠FCA＝90°　よって　∠ADB＝100°

28



E を∠CDE＝20°
F を∠BCF＝20°
G を∠BCG＝120°とする
△CBD は 2 等辺三角形より　CB＝CD
よって　△FBC≡△ECD　よって　FB＝FC＝EC＝ED
△CFG は 2 等辺三角形より　CF＝CG　よって　CG＝CE
∠GCE＝60°　より　△GCE は正三角形　よって　EG＝EC　ゆえに　ED＝EG
∠GED＝80°　より　∠DGE＝50°, ∠GDE＝50°
∠AGD＝30°＝∠ACD　より　AGCD は同一円周上にある。
よって　∠ADG＝∠ACG＝10°　よって　∠ADB＝30°

29　解法 F

30

E を∠CBE＝10°

F を∠CBF＝10°と　∠BAF＝100°の交点

G を∠BAG＝70°（BE⊥AE）

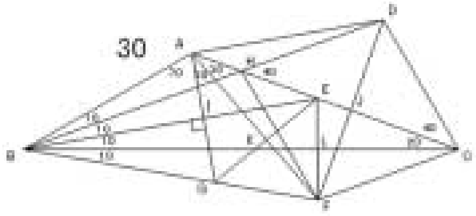
H を AC と BD の交点

I を BE と AG の交点

J を AC と DF の交点

K を GE と AF の交点

L を BC と EF の交点　とする。



△BAI≡△BGI　より　AI＝GI　よって　△EAI≡△EGI

よって　△AEG は正三角形　よって　△AEK≡△AGK

よって　EK＝GK, AF⊥GE　よって　△FEK≡△FGK

よって　∠FEK＝∠FGK＝50°　ゆえに　∠EFA＝∠BFA＝40°

よって　∠CEF＝70°　ゆえに　BC⊥EF　よって　△BEL≡△BFL　ゆえに　EL＝FL

よって　△CEL≡△CFL　ゆえに　∠BCF＝20°

∠HAF＝30°＝∠HBF　より　ABFH は同一円周上にある。

よって　∠AFH＝∠ABH＝10°　ゆえに　∠FHC＝40°

よって　△FCH≡△DCH　よって　CF＝CD＝HD＝HF（菱形）

よって　HC⊥DF, DJ＝FJ　よって　∠HDF＝50°

よって　△ADJ≡△AFJ　ゆえに　∠ADJ＝∠AFJ＝60°　よって　∠ADB＝10°

31　解法 E

32

E を∠ACE＝20°

F を∠CEF＝30°と　∠CBF＝10°の交点

G を∠BEG＝70°

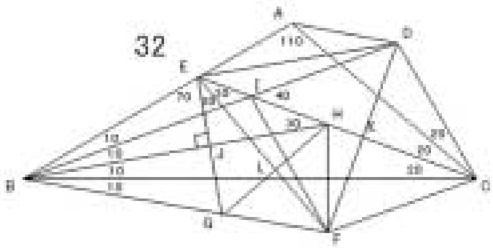
H を∠CBH＝10°（BH⊥EG）

I を BD と EC の交点

J を BH と EG の交点

K を EC と DF の交点

L を EF と GH の交点　とする。



△BEJ≡△BGJ　より　EJ＝GJ　よって　△HEJ≡△HGJ　よって　△EHG は正三角形

よって　△EGL≡△EHL　よって　GL＝HL　よって　△FGL≡△FHL

∠FGH＝50°　より　∠FHG＝50°　ゆえに　∠CHF＝70°　よって　BC⊥HF

△BHF は 2 等辺三角形より　△CHF は 2 等辺三角形　よって　∠FCH＝40°

∠IBF＝30°＝∠IEF　より　EBFI は同一円周上にある。

よって　∠EFI＝∠EBI＝10°　ゆえに　∠CIF＝40°　よって　△FCI≡△DCI

ゆえに　IF＝ID＝CF＝CD　よって　△IFK≡△IDK　ゆえに　FK＝DK

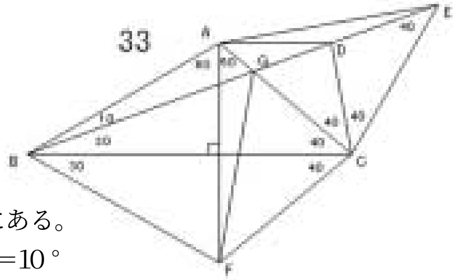
よって　△EFK≡△EDK　ゆえに　∠EDK＝∠EFK＝60°

よって　∠EDB＝10°, ∠EDC＝110°

∠EAC＝110°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝20°　よって　∠ADB＝30°

33



Eを∠DCE＝40°

FをBCに関するAの対称点

GをBDとACの交点　とする。

△ABFは正三角形である。

∠FBG＝50°＝∠FAG　よりABFGは同一円周上にある。

よって　∠AGB＝∠AFB＝60°,　∠AFG＝∠ABG＝10°

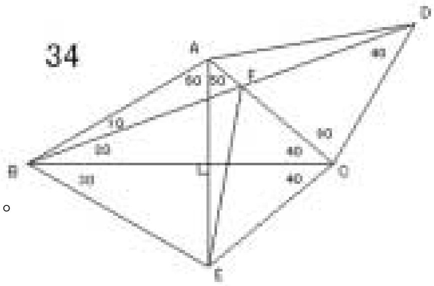
よって　∠FGC＝60°　よって　∠EGC＝60°

よって　△GCE≡△GCF　よって　CE＝CF

△CAFは2等辺三角形より　CA＝CF　よって　CA＝CE　よって　△CAD≡△CED

よって　∠CAD＝40°　よって　∠ADB＝20°

34



EをBCに関するAの対称点

FをACとBDの交点　とする。

∠FAE＝50°＝∠FBE　より

ABEFは同一円周上にある。

よって　∠BFE＝∠BAE＝60°,　∠AEF＝∠ABF＝10°

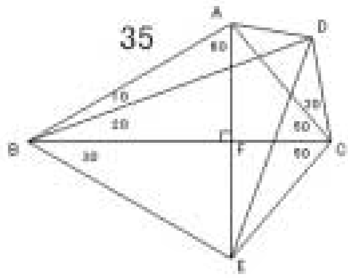
よって　∠EFC＝60°　ゆえに　∠CFD＝60°

よって　△ECF≡△DCF　ゆえに　CE＝CD

△CAEは2等辺三角形より　CA＝CE

よって　CA＝CD　よって　∠ADC＝50°　よって　∠ADB＝10°

35



EをBCに関するAの対称点

FをBCとAEの交点　とする。

∠DBE＋∠DCE＝180°であるから,

BECDは同一円周上にある。

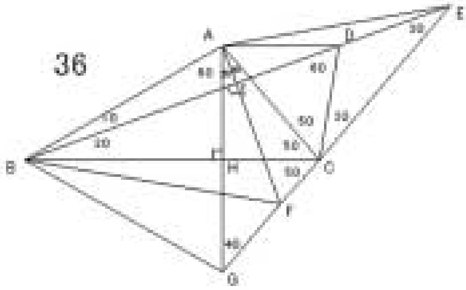
よって　∠BDE＝∠BCE＝50°

よって　△EDBは2等辺三角形　よって　EB＝ED

△BAEは正三角形より　EA＝EB　よって　EA＝ED

∠AED＝20°　より　∠ADE＝80°　よって　∠ADB＝30°

36



Eを∠DCE＝30°

Fを∠BAF＝80°（BD⊥AF）

Gを∠BAG＝60°（BC⊥AG）

HをAGとBCの交点

IをBDとAFの交点　とする。

△CAH≡△CGH　より　AH＝GH

よって　△BAH≡△BGH

よって　△ABGは正三角形

∠BAF＋∠BGF＝180°　より　ABGF は同一円周上にある。

よって　∠GBF＝∠GAF＝20°　よって　∠CBF＝10°

よって　∠EBF＝30°　よって　△FBI≡△FEI

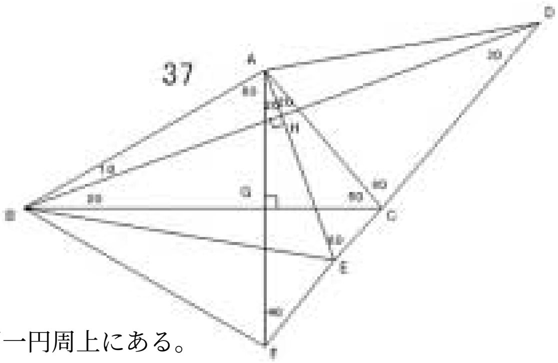
よって　BI＝EI　よって　△ABI≡△AEI　よって　∠AEI＝10°

よって　∠EAC＝60°

△DCE は２等辺三角形で，∠CDE＝２×∠CAE　より　D は△ACE の外心である。

よって　DA＝DE　よって　∠DAE＝∠DEA＝10°　よって　∠ADB＝20°

37



E を∠BAE＝80°（BD⊥AE）

F を∠BAF＝60°（BC⊥AF）

G を BC と AF の交点

H を BD と AE の交点　とする。

△CAG≡△CFG　より　AG＝FG

よって△BAG≡△BFG

よって　△BAF は正三角形

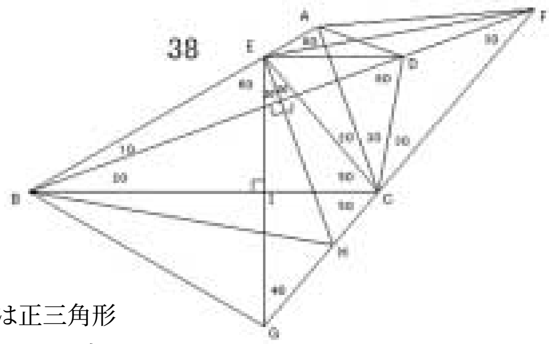
∠ABF＋∠AEF＝180°　より　ABFE は同一円周上にある。

よって　∠FBE＝∠FAE＝20°　よって　∠EBC＝10°

よって　∠EBH＝30°　よって　△EBH≡△EDH　よって　BH＝DH

よって　△ABH≡△ADH　よって∠ADB＝10°

38



E を∠ACE＝20°

F を∠DCF＝30°

G を∠BEG＝60°（BC⊥EG）

H を∠CEH＝20°

I を BC と EG の交点

J を BD と EH の交点　とする。

△CEI≡△CGI　より　EI＝GI

よって　△BEI≡△BGI　よって　△BEG は正三角形

∠BEH＋∠BGH＝180°　より　EBGH は同一円周上にある。

よって　∠GBH＝∠GEH＝20°　よって　∠HBC＝10°

よって　∠JBH＝30°　よって　△HBJ≡△HFJ　よって　BJ＝FJ

よって　△EBJ≡△EFJ　よって　∠EFJ＝10°　よって　∠CEF＝60°

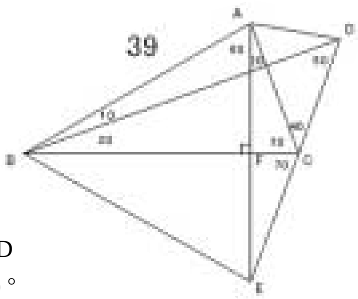
△DCF は２等辺三角形で，∠CDF＝２×∠CEF　より　D は△CEF の外心である。

よって　DE＝DC　よって　△DCE は２等辺三角形　ゆえに　∠EDC＝80°

∠EAC＝80°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝20°　よって　∠ADB＝40°

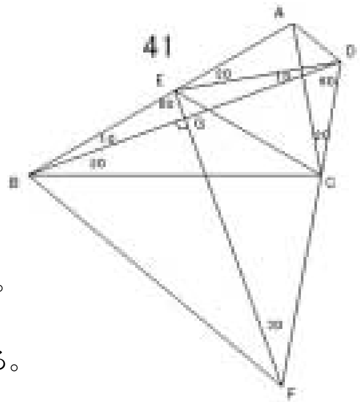
39



E を∠BAE＝60°（BC⊥AE）
F を BC と AE の交点　とする。
△CAF≡△CEF　より　AF＝EF
よって　△BAF≡△BEF
よって　△ABE は正三角形　よって　EB＝EA
∠EBD＝50°＝∠EDB　より　EB＝ED　よって　EA＝ED
∠AED＝20°　より　∠ADE＝80°　よって　∠ADB＝30°

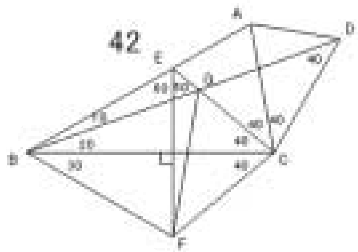
40　解法 B

41　解法 G　または



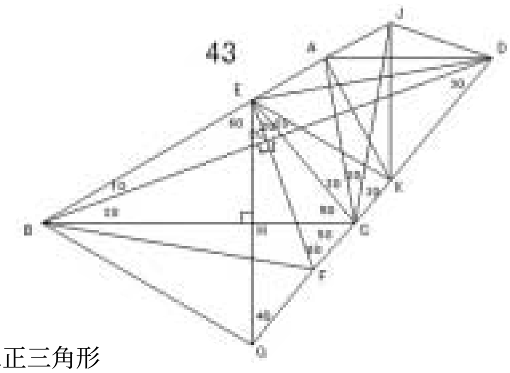
E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝80°（BD⊥EF）とする。
△EBG≡△EDG　より　BG＝DG
よって　△FBG≡△FDG
よって　∠EFB＝∠EFD＝30°
∠EFC＝∠EBC＝30°　より　EBFC は同一円周上にある。
よって　∠BCE＝∠BFE＝30°　ゆえに　∠ECA＝50°
∠AED＝20°＝∠ACD　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝50°　よって　∠ADB＝60°

42



E を∠BCE＝40°
F を BC に関する E の対称点
G を CE と BD の交点　とする。
∠GBF＝50°＝∠GEF　より　EBFG は同一円周上にある。
よって∠BGF＝∠BEF＝60°, ∠EFG＝∠EBG＝10°
よって　∠FGC＝60°　ゆえに　∠CGD＝60°
よって　△FCG≡△DCG　ゆえに　CF＝CD
△CEF は 2 等辺三角形より　CE＝CF　よって　CE＝CD
△CAE は 2 等辺三角形より　CA＝CE　よって　CA＝CD
よって　∠ADC＝70°　よって　∠ADB＝30°

43



E を∠BCE＝50°
F を∠BEF＝80°（BD⊥EF）
G を∠BEG＝60°（BC⊥EG）
H を BC と EG の交点
I を BD と EF の交点
J を∠DCJ＝30°
K を∠CEK＝20°とする。
△CEH≡△CGH　より　EH＝GH
よって　△BEH≡△BGH　よって　△BEG は正三角形

∠GBE＋∠GFE＝180°　より　EBGF は同一円周上にある。

よって　∠GBF＝∠GEF＝20°　よって　∠CBF＝10°

よって　∠FBI＝30°　よって　△FBI≡△FDI　よって　BI＝DI

よって　△EBI≡△EDI　よって　∠EDI＝10°　よって　∠AED＝20°

△ECK は 2 等辺三角形より　EC＝EK

△ECJ は 2 等辺三角形より　EC＝EJ　ゆえに　EK＝EJ

よって　∠KEJ＝60°　より　△EKJ は正三角形

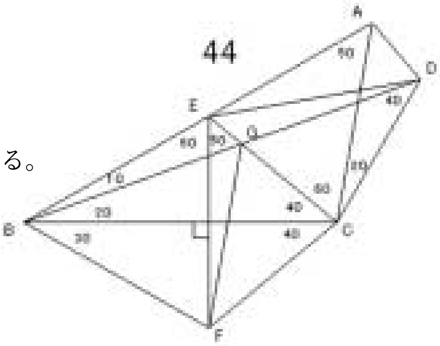
△KED は 2 等辺三角形より　KE＝KD　ゆえに　KJ＝KD

∠DKJ＝40°　より　∠KDJ＝∠KJD＝70°　ゆえに　∠AJD＝∠AJK＋∠KJD＝130°

∠AJD＋∠ACD＝180°　より　ACDJ は同一円周上にある。

よって　∠ADJ＝∠ACJ＝20°　よって　∠ADB＝20°

44



E を∠ACE＝60°

F を BC に関する E の対称点（∠BEF＝60°）

G を BD と CE の交点　とする。

∠FBG＝50°＝∠FEG より　EBFG は同一円周上にある。

よって∠BGF＝∠BEF＝60°, ∠EFG＝∠EBG＝10°

よって　∠FGC＝60°　ゆえに　∠CGD＝60°

よって　△FCG≡△DCG　ゆえに　CF＝CD

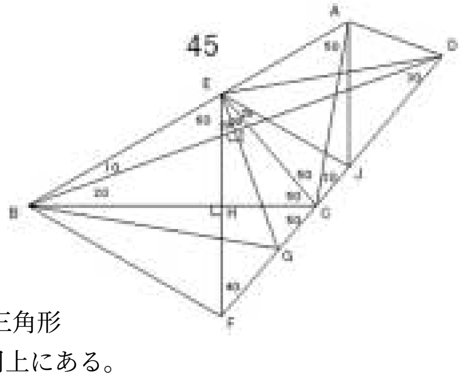
△CEF は 2 等辺三角形より CE＝CF

よって　CE＝CD　よって　∠CDE＝50°　よって　∠EDB＝10°

∠CDE＝50°＝∠CAE　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝60°　よって　∠ADB＝70°

45



E を∠BCE＝50°

F を∠BEF＝60°（BC⊥EF）

G を∠BEG＝80°（BD⊥EG）

H を BC と EF の交点

I を BD と EG の交点

J を∠CEJ＝20°とする

△CEH≡△CFH　より　EH＝HF

よって　△BEH≡△BFH　よって　△BEF は正三角形

∠BFG＋∠BEG＝180°　より　BFGE は同一円周上にある。

よって　∠FBG＝∠FEG＝20°　よって　∠GBC＝10°　よって　∠GBI＝30°

△GBI≡△GDI　より　BI＝DI　よって　△EBI≡△EDI

よって　∠EDI＝10°　よって　∠CED＝60°

△EAC は 2 等辺三角形より　EA＝EC

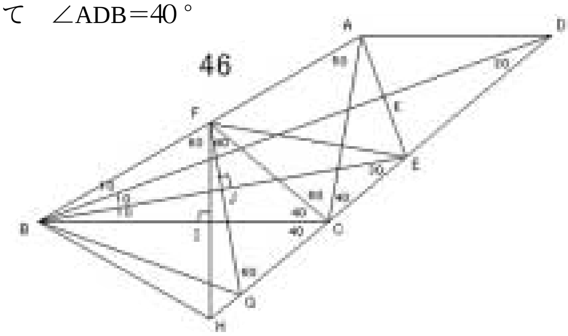
△ECJ は 2 等辺三角形より　EC＝EJ　ゆえに　EA＝EJ

よって　∠AEJ＝60°　より　△AEJ は正三角形

∠JED＝40°＝∠JDE　より　JE＝JD　ゆえに　JA＝JD

∠AJD＝40°　より　∠ADJ＝70°　よって　∠ADB＝40°

46



E を∠CBE＝10°

F を∠BCF＝40°

G を∠BFG＝70°（BE⊥FG）

H を∠BFH＝60°（BC⊥FH）

I を BC と FH の交点

J を BE と FG の交点

K を AE と BD の交点とする。

△CFI≡△CHI　より　FI＝HI　よって　△BFI≡△BHI　よって　△BFH は正三角形

∠FBH＋∠FGH＝180°　より　BHGF は同一円周上にある。

よって∠HBG＝∠HFG＝10°　よって　∠CBG＝20°　よって　∠GBJ＝30°

△GBJ≡△GEJ より　BJ＝EJ

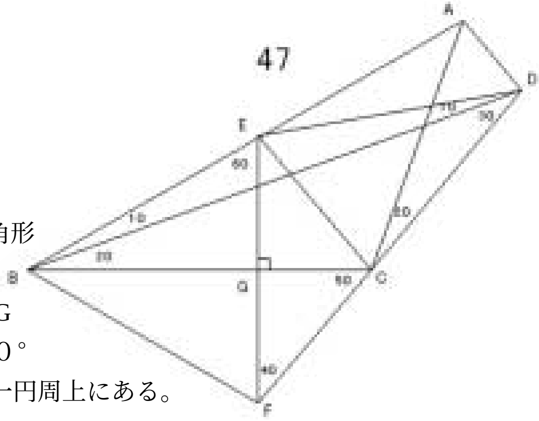
よって△FBJ≡△FEJ　よって　∠FEB＝20°, ∠EFJ＝70°　よって　∠AFE＝40°

∠AFE＝40°＝∠ACE より AFCE は同一円周上にある。

よって　∠CAE＝∠CFE＝30°　よって　∠BAE＝80°　よって　AE⊥BD

△BAK≡△BEK より AK＝EK　よって　△DAK≡△DEK　よって　∠ADB＝∠EDK＝20°

47



E を∠BDE＝10°

F を∠BEF＝60°（BC⊥EF）

G を BC と EF の交点　とする。

△EBD は二等辺三角形より EB＝ED

△EDF は二等辺三角形より ED＝EF

よって　EB＝EF　よって　△BEF は正三角形

よって　△BEG≡△BFG

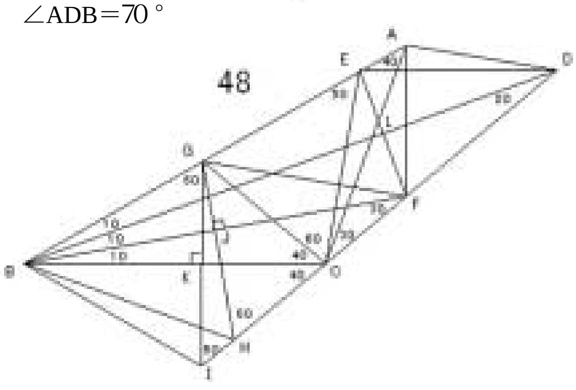
よって　EG＝FG　よって　△CEG≡△CFG

よって　∠ECG＝50°　よって　∠ACE＝60°

∠AED＝20°＝∠ACD　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝60°　よって　∠ADB＝70°

48



E を∠BCE＝100°

F を∠CBF＝10°

G を∠BCG＝40°

H を∠BGH＝70°（BF⊥GH）

I を∠BGI＝60°（BC⊥GI）

J を BF と GH の交点

K を BC と GI の交点

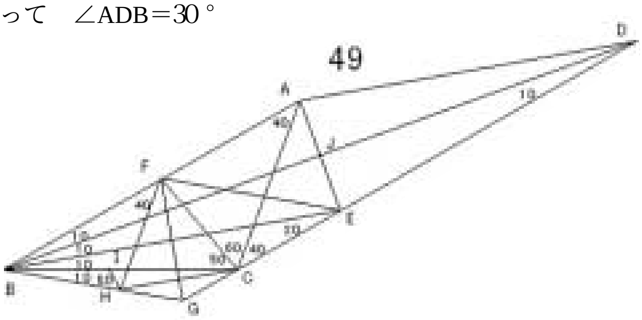
L を BD と EF の交点　とする。

△CGK≡△CIK　より　GK＝IK　よって　△BGK≡△BIK　よって　△BGI は正三角形

∠GBI＋∠GHI＝180°　より　GBIH は同一円周上にある。

よって∠GBH＝∠GIH＝50°　よって　∠CBH＝20°　よって　∠HBJ＝30°
△HBJ≡△HFJ　よって　BJ＝FJ　よって　△GBJ≡△GFJ　よって　∠GFJ＝20°
∠GFC＝50°＝∠GEC　より　GCFE は同一円周上にある。
よって　∠EFG＝∠ECG＝60°　ゆえに　∠EFB＝80°　ゆえに　EF⊥BD
よって　△BEL≡△BFL　ゆえに　EL＝FL
よって　△DEL≡△DFL　ゆえに　∠EDB＝20°
∠EDC＝40°＝∠EAC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝30°

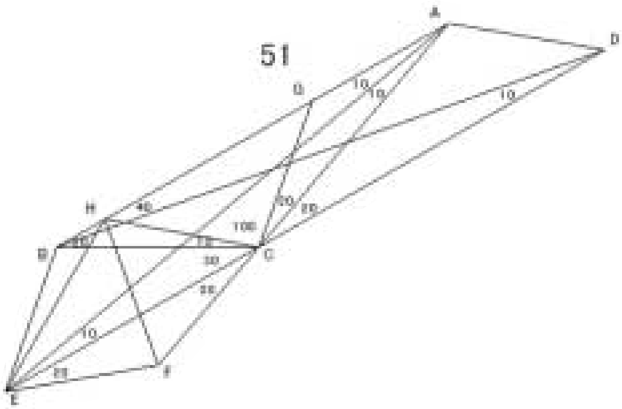
49



E を∠CBE＝10°
F を∠BCF＝50°
G を∠CBG＝10°
H を∠BFH＝40°
I を BC 上で∠BHI＝50°（BF⊥HI）
J を BD と AE の交点　とする。
△HBF は 2 等辺三角形で　BF⊥HI　より
△HBI≡△HFI　よって　∠HFI＝10°
∠FHI＝50°＝∠FCI　より　FIHC は同一円周上にある。
よって∠HCI＝∠HFI＝10°　よって　∠HCF＝60°，∠HCG＝20°
∠HFC＝60°，∠HCF＝60°　より　△FCH は正三角形　よって　FC＝FH
∠GCH＝20°，∠GHC＝20°　より　△GCH は 2 等辺三角形　よって　GC＝GH
よって　△CFG≡△HFG　よって　∠CFG＝∠HFG＝30°　ゆえに　BE⊥FG
△GBE は 2 等辺三角形で，BE⊥FG より　△FBE は 2 等辺三角形　よって　∠FEB＝20°
∠FAC＝40°＝∠FEC　より　AFCE は同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠ACF＝60°　ゆえに　∠BEJ＝80°　ゆえに　BJ⊥AE
よって　△BEJ≡△BAJ　ゆえに　EJ＝AJ　よって　△DEJ≡△DAJ
よって　∠ADB＝∠ADJ＝10°

50　解法 F

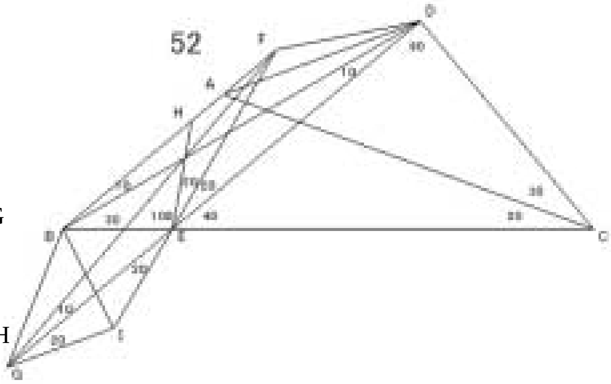
51



E を∠BAE＝10°
F を CA 上で∠CEF＝20°
G を∠ACG＝20°
H を∠BCH＝10°とする。
△CAE は 2 等辺三角形　より　CA＝CE
△FEC，△GCA をみて　△FEC≡△GCA
よって　FE＝FC＝GC＝GA
△CGH は 2 等辺三角形　より　CG＝CH
よって　CF＝CH
∠HCF＝60°　より　△CHF は正三角形　よって　FH＝FC　よって　FH＝FE
∠HFE＝80°　より　∠FEH＝∠FHE＝50°　よって　∠BHE＝30°

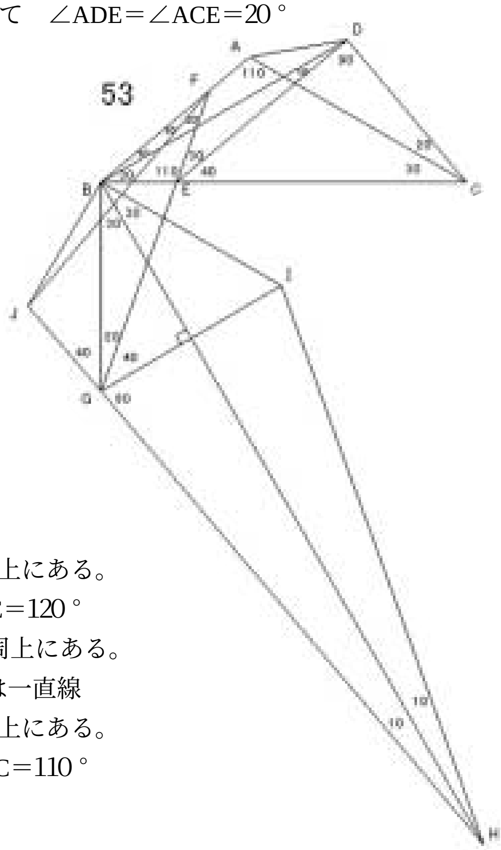
∠BHE＝30°＝∠BCE より　BECH は同一円周上にある。
よって　∠BEH＝∠BCH＝10°　よって∠AEB＝30°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

52



E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝120°
G を∠BFG＝10°
H を∠FEH＝20°
I を FE 上で∠EGI＝20°とする。
△EGF は 2 等辺三角形より　EF＝EG
よって　△HEF≡△IEG
よって　HF＝HE＝IE＝IG
△EBH は 2 等辺三角形より　EB＝EH
よって　EB＝EI
∠BEI＝60°　より　△BEI は正三角形　よって　IB＝IE　よって　IB＝IG
∠BIG＝80°　より　∠BGI＝50°　よって　∠BGF＝20°
∠BFG＝10°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。
よって　∠BDF＝∠BGF＝20°　よって　∠FDC＝120°
∠FDC＋∠FEC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。
∠FAC＝60°＝∠FEC　より　FAEC は同一円周上にある。
よって　FAECD は同一円周上にある。　よって　∠ADE＝∠ACE＝20°
よって　∠ADB＝10°

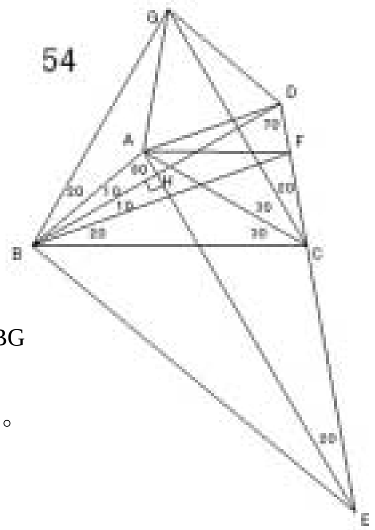
53



E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝110°
G を EF 上で∠EBG＝90°
H を∠BGH＝140°と∠GBH＝30°の交点
I を BH に関する G の対称点
J を GH 上で∠BFJ＝10°　とする。
△IBG は 2 等辺三角形（正三角形）で
∠BIG＝ 2 ×∠BFG より
I は△BGF の外心である。よって　IB＝IF
∠FBI＝70°　より　∠FIB＝40°
よって　∠FIH＝180°となり　FIH は一直線
∠BHJ＝10°＝∠BFJ　より　BJHF は同一円周上にある。
よって　∠BJF＝∠BHF＝10°　よって　∠JBE＝120°
∠JBE＋∠JGE＝180°　より　BJGE は同一円周上にある。
よって　∠BEJ＝∠BGJ＝40°　よって　DEJ は一直線
∠BFJ＝10°＝∠BDJ　より　FBJD は同一円周上にある。
よって　∠BDF＝∠BJF＝10°　よって　∠FDC＝110°

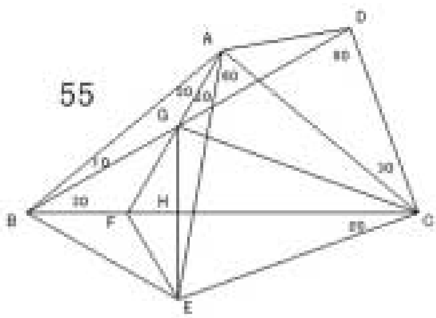
∠FAC＝110°＝∠FDC　より　AFCD は同一円周上にある。
∠FEC＋∠FDC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。
よって　AFECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝30°　よって　∠ADB＝20°

54



E を∠BAE＝80°（BD⊥AE）
F を∠CBF＝20°
G を∠BCG＝60°と∠CBG＝60°の交点
H を BD と AE の交点　とする。
△BCG は正三角形より　CB＝CG＝BG
よって　△CBA≡△CGA　よって　∠AGC＝40°
よって　∠AGB＝20°
△BCF は 2 等辺三角形より　BC＝BF　よって　BF＝BG
よって　△BFA≡△BGA　ゆえに　∠AFB＝20°
∠ABF＝20°＝∠AEF　より ABEF は同一円周上にある。
よって　∠AEB＝∠AFB＝20°
よって　△EBH≡△EDH　ゆえに　BH＝DH
よって　△ABH≡△ADH　ゆえに　∠ADH＝10°
よって　∠ADB＝10°

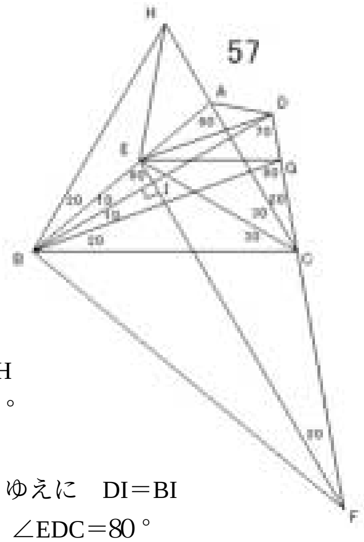
55



E を∠BAE＝40°と∠BCE＝20°の交点
F を∠BAF＝20°
G を BD と AF の交点
H を BC と GE の交点とする。
△ACE は正三角形より　AE＝AC
△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC
よって　AB＝AE　ゆえに∠ABE＝70°
よって　∠CBE＝30°
∠FAE＝20°＝∠FCE　より　AFEC は同一円周上にある。
よって　∠EFC＝∠EAC＝60°　よって　∠BEF＝30°
∠BGF＝30°　より　△BEF≡△BGF　よって　BE＝BG　よって　△BEG は正三角形
よって　△BEH≡△BGH　よって　BC⊥GE, EH＝GH
よって　△CEH≡△CGH　よって　∠GCH＝20°　よって　∠ACG＝20°
∠GAC＝80°＝∠GDC　より　AGCD は同一円周上にある。
よって　∠ADG＝∠ACG＝20°　よって　∠ADB＝20°

56　解法 E

57



E を∠BCE＝30°

F を∠BEF＝80°（BD⊥EF）

G を∠CBG＝20°

H を∠CBH＝60°

I を BD と EF の交点　とする。

△CBH は正三角形より　CB＝CH＝BH

△CBE≡△CHE　より　∠EHC＝40°

よって　∠BHE＝20°

△BCG は 2 等辺三角形より　BC＝BG　ゆえに　BG＝BH

よって　△BGE≡△BHE　よって　∠BGE＝∠BHE＝20°

∠EBG＝20°＝∠EFG より　EBFG は同一円周上にある。

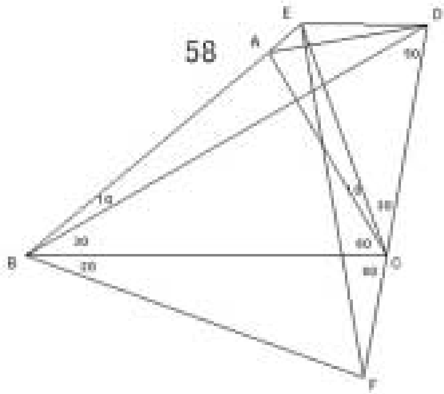
よって　∠BFE＝∠BGE＝20°　よって　△FDI≡△FBI　ゆえに　DI＝BI

よって　△EDI≡△EBI　よって　∠EDB＝10°　ゆえに　∠EDC＝80°

∠EAC＝80°＝∠EDC より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝30°　よって　∠ADB＝40°

58



E を∠ACE＝10°

F を∠CBF＝20°とする。

△BCF は 2 等辺三角形より　BC＝BF

△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE

よって　BE＝BF

∠EBF＝60°　より　△EBF は正三角形

よって　FB＝FE

△FBD は 2 等辺三角形より　FB＝FD

よって　FE＝FD

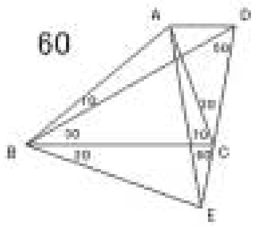
∠DFE＝20°　より　∠FED＝∠FDE＝80°　よって　∠AED＝140°

∠AED＋∠ACD＝180°　より　ACDE は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝20°

59　解法 B

60



E を∠CBE＝20°とする

△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE

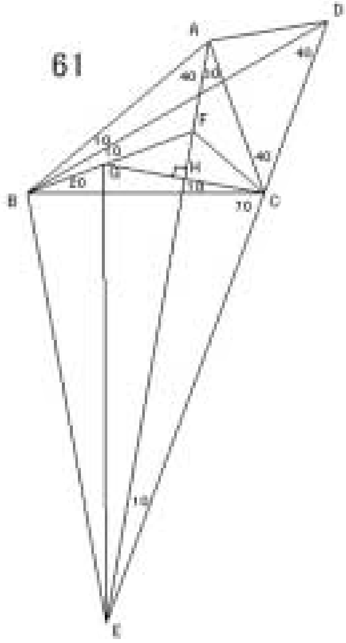
△BAC は 2 等辺三角形より　BC＝BA　よって　BA＝BE

∠ABE＝60°　より　△ABE は正三角形

△EBD は 2 等辺三角形より　EB＝ED　よって　ED＝EA

∠AED＝20°　より　∠ADE＝80°　よって　∠ADB＝30°

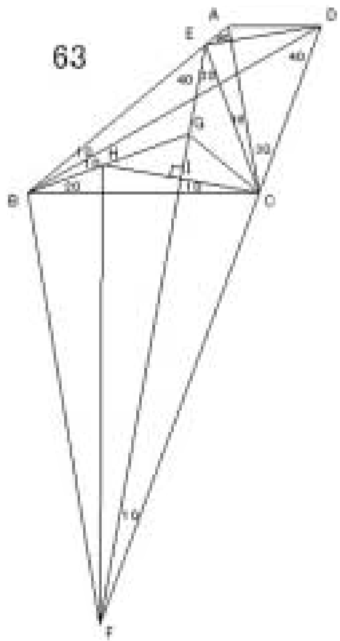
61



Eを∠BAE＝40°
Fを∠CBF＝20°（BF⊥AC）
Gを∠BCG＝10°（AE⊥CG）
HをAEとCGの交点　とする。
△BACは2等辺三角形より　BA＝BC
よって　△BAF≡△BCF
よって　∠BCF＝40°　よって　∠FCH＝30°
∠CFH＝60°，∠GFH＝60°　より　△FCH≡△FGH
よって　CH＝GH　よって　△ECH≡△EGH
よって　∠GEH＝10°
∠GBC＝20°＝∠GEC　より　GBECは同一円周上にある。
よって　∠BEG＝∠BCG＝10°　ゆえに　∠AEB＝20°
∠BAE＝40°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

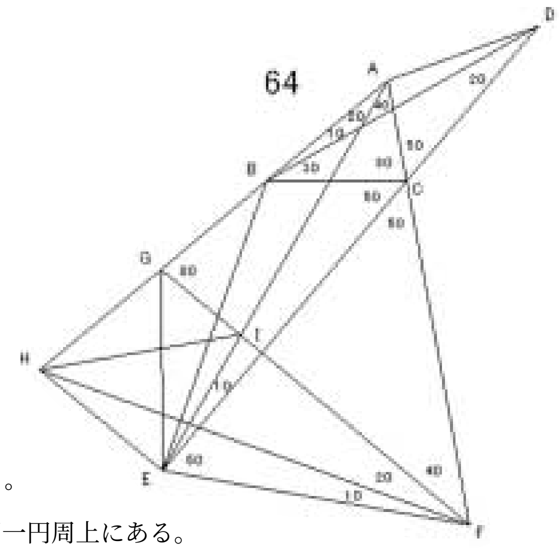
62　解法G

63



Eを∠ACE＝10°
Fを∠BEF＝40°
Gを∠CBG＝20°（BG⊥CE）
Hを∠BCH＝10°（EF⊥CH）
IをEFとCHの交点　とする。
△BCEは2等辺三角形より　BC＝BE
よって　△BCG≡△BEG　よって　∠BCG＝40°
よって　∠GCI＝30°
∠GHI＝30°　より　△GCI≡△GHI
よって　CI＝HI　よって　△FCI≡△FHI
よって　∠HFI＝10°　よって　∠HFC＝20°
∠HFC＝20°＝∠HBC　より　HBFCは同一円周上にある。
よって　∠BFH＝∠BCH＝10°　ゆえに　∠BFE＝20°
∠BEF＝40°＝∠BDF　より　EBFDは同一円周上にある。
よって　∠BDE＝∠BFE＝20°　ゆえに　∠EDC＝60°
∠EAC＝60°＝∠EDC　より　AECDは同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝30°

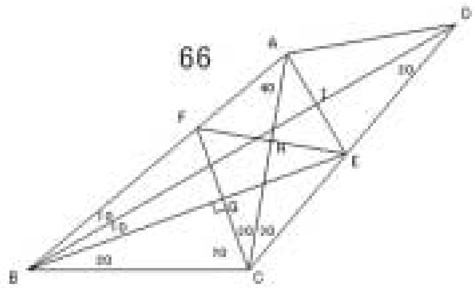
64



Eを∠BAE＝20°
Fを∠CEF＝60°
Gを∠CFG＝40°
Hを∠CFH＝60°
IをAEとGFの交点　とする。
△HAFは正三角形より　HA＝HF
△IAFは2等辺三角形より　IA＝IF
よって　△HAI≡△HFI
よって　∠AHI＝∠FHI＝30°
△AEFは2等辺三角形より　AE＝AF
△AHFは正三角形より　AH＝AF
よって　AE＝AH　よって　∠AEH＝80°
∠HEI＋∠HGI＝180°　より　GHEIは同一円周上にある。
よって　∠GEI＝∠GHI＝30°　よって　∠GEC＝40°
∠GEC＝40°＝∠GFC　より　GEFCは同一円周上にある。
∠GEC＋∠GBC＝180°　より　BGECは同一円周上にある。
よって　BGEFCは同一円周上にある。　よって　∠GCE＝∠GFE＝30°
よって　∠BCG＝20°　よって　∠BEG＝∠BCG＝20°　よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

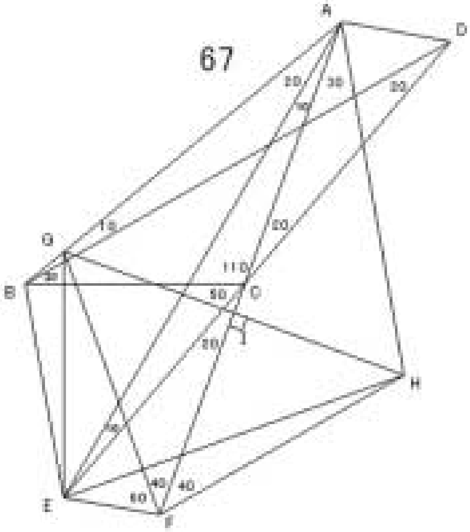
65　解法F

66



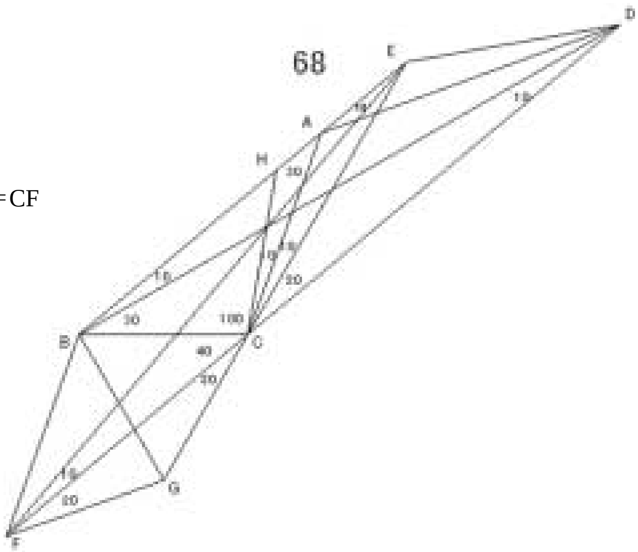
Eを∠DBE＝10°
Fを∠BCF＝70°（BE⊥CF）
GをBEとFCの交点
HをACとFEの交点
IをBDとAEの交点　とする
△BCG≡△BFG　より　CG＝FG
よって　△ECG≡△EFG
よって　△ECFは正三角形
△CEH≡△CFH　より　EH＝FH　よって　△AEH≡△AFH
よって　∠AEH＝∠AFH＝50°　よって　∠BEI＝80°　よって　△BEI≡△BAI
よって　EI＝AI　よって　△DEI≡△DAI
よって　∠ADI＝20°　よって　∠ADB＝20°

67



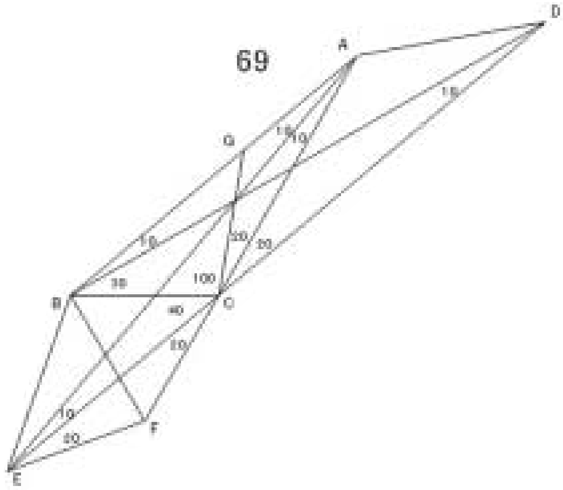
Eを∠BAE＝20°
Fを∠CEF＝60°
Gを∠CFG＝40°
HをAFに関するGの対称点
IをAFとGHの交点　とする。
△AGHは正三角形より　HA＝HG
∠EAH＋∠EFH＝180°　より
AEFHは同一円周上にある。
よって　∠AEH＝∠AFH＝40°,
∠EHF＝∠EAF＝10°
よって　△HAEは2等辺三角形
よって　HA＝HE　ゆえに　HG＝HE
∠GHE＝40°　より　∠GEH＝70°
よって　∠GEA＝30°
∠GBC＝40°＝∠GEC＝∠GFC　より　GBEFCは同一円周上にある。
よって　∠ECG＝∠EFG＝60°　よって　∠BCG＝10°　よって　∠BEG＝∠BCG＝10°
よって　∠AEB＝40°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

68



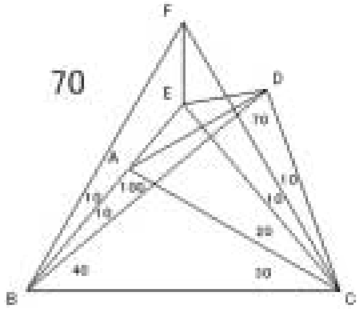
Eを∠ACE＝10°
Fを∠AEF＝10°
GをCE上で∠CFG＝20°
Hを∠ECH＝20°　とする。
△CEFは2等辺三角形より　CE＝CF
よって　△HCE≡△GCF
よって　HE＝HC＝GC＝GF
△CBHは2等辺三角形より
CB＝CH
よって　CB＝CG
∠BCG＝60°　より
△CBGは正三角形
よって　GB＝GC
よって　GB＝GF
∠BGF＝80°　より　∠BFG＝50°　よって　∠BFE＝20°
∠BEF＝10°＝∠BDFより　EBFDは同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝20°　よって　∠EDC＝30°
∠EAC＋∠EDC＝180°　より　EACDは同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝10°　よって　∠ADB＝10°

69



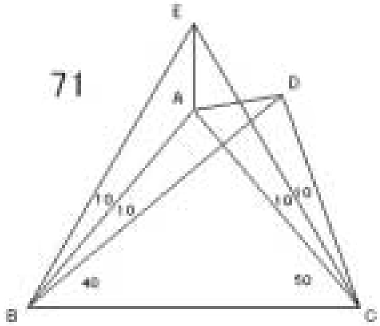
E を∠BAE＝10°
F を∠CEF＝20°
G を∠ACG＝20°とする。
△CAE は2等辺三角形より　CA＝CE
よって　△GAC≡△FCE
よって　GA＝GC＝FC＝FE
△CBG は2等辺三角形より
CB＝CG　ゆえに　CB＝CF
∠BCF＝60°　より　△BCF は正三角形
よって　FC＝FB　よって　FB＝FE
∠BFE＝80°　より　∠BEF＝50°
よって　∠AEB＝20°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

70



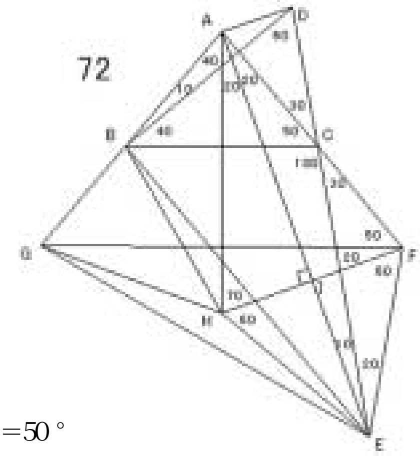
E を∠ACE＝20°
F を∠BCF＝60°と∠CBF＝60°の交点　とする。
△FBC は正三角形より　FB＝FC
△EBC は2等辺三角形より　EB＝EC
よって　△FBE≡△FCE　よって　∠BFE＝∠CFE＝30°
△BCD は2等辺三角形より　BC＝BD
△BCF は正三角形より　BC＝BF　ゆえに　BD＝BF
よって　△BDE≡△BFE
よって　∠BDE＝30°　ゆえに　∠EDC＝100°
∠EAC＋∠EDC＝180°　より　EACD は同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝20°　よって　∠ADB＝10°

71



E を∠BCE＝60°と∠CBE＝60°の交点　とする。
△EBC は正三角形より　EB＝EC
△ABC は2等辺三角形より　AB＝AC
よって　△EBA≡△ECA
よって　∠BEA＝∠CEA＝30°
△BCD は2等辺三角形より　BC＝BD
△BCE は正三角形より　BE＝BC　ゆえに　BD＝BE
よって　△BDA≡△BEA　よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

72

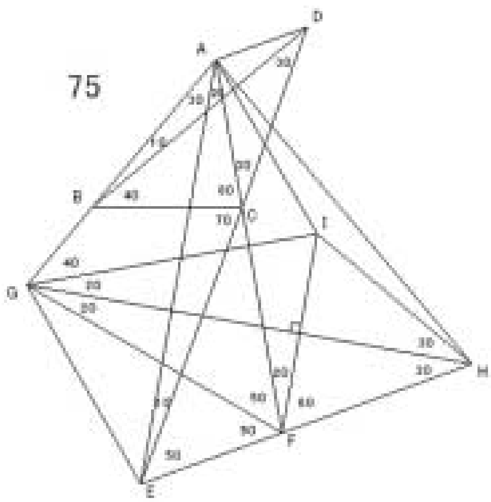


Eを∠CAE＝20°
Fを∠CEF＝20°
Gを∠CFG＝50°
HをAEに関するFの対称点
IをAEとFHの交点　とする。
△AFHは2等辺三角形より　AF＝AH
△AFGは2等辺三角形より　AF＝AG
よって　AH＝AG　よって　△AFH≡△AHG
よって　HF＝HG
△EFHは正三角形より　HE＝HF　よって　HE＝HG
∠EHG＝160°より　∠GEH＝10°　よって　∠GEC＝50°
∠GEC＋∠GBC＝180°より　BGECは同一円周上にある。
∠GEC＝50°＝∠GFC　より　GEFCは同一円周上にある。
よって　BGEFCは同一円周上にある。
よって　∠GCE＝∠GFE＝80°　よって　∠GCB＝20°
よって　∠GEB＝∠GCB＝20°　よって　∠AEB＝20°
∠BAE＝60°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

73　解法B

74　解法F，解法G

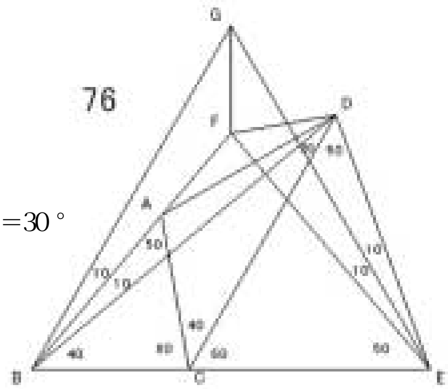
75



Eを∠BAE＝30°
Fを∠CEF＝50°
Gを∠CFG＝50°
Hを∠FGH＝20°
IをGHに関するFの対称点　とする。
△HFIは正三角形より　IH＝IF
△GFIは2等辺三角形より　GF＝GI
△GFAは2等辺三角形より　GF＝GA
よって　GI＝GA　よって　△GFI≡△GIA
よって　IF＝IA　ゆえに　IA＝IH
∠AIH＝160°より　∠AHI＝10°
よって　∠AHG＝40°
∠GAE＝30°＝∠GHE　より　AGEHは同一円周上にある。
よって　∠AEG＝∠AHG＝40°　よって　∠EGF＝30°
∠BGE＋∠BCE＝180°より　BGECは同一円周上にある。
∠GEC＝50°＝∠GFC　より　GEFCは同一円周上にある。
よって　BGEFCは同一円周上にある。
よって　∠GCE＝∠GFE＝50°　よって　∠BCG＝20°

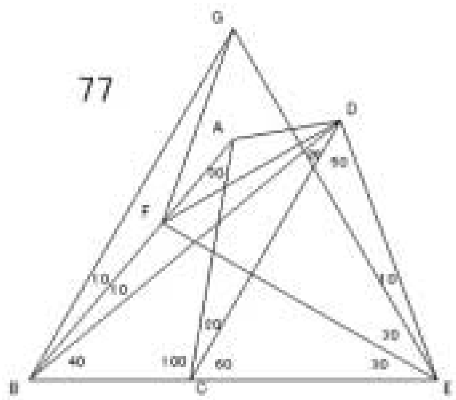
よって　∠BEG＝∠BCG＝20°　よって　∠AEB＝20°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

76



E を∠CDE＝50°
F を∠CEF＝50°
G を∠BEG＝60°と∠EBG＝60°の交点とする。
△GBE は正三角形より　GB＝GE
△FBE は 2 等辺三角形より　FB＝FE
よって　△GBF≡△GEF　よって　∠BGF＝∠EGF＝30°
△BED は 2 等辺三角形より　BE＝BD
△BEG は正三角形より　BE＝BG
よって　BD＝BG　ゆえに　△BDF≡△BGF
よって　∠BDF＝∠BGF＝30°
∠FDC＝50°＝∠FEC　より　FCED は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
よって　FACED は同一円周上にある。よって　∠FCD＝∠FED＝20°
よって　∠FCA＝20°　よって　∠FDA＝∠FCA＝20°　よって　∠ADB＝10°

77



E を∠CDE＝50°
F を∠CEF＝30°
G を∠BEG＝60°と∠EBG＝60°の交点とする。
△EBG は正三角形より EB＝EG
よって　△EBF≡△EGF
よって　∠EGF＝50°　よって　∠BGF＝10°
△BED は 2 等辺三角形より　BE＝BD
△BEG は正三角形より　BE＝BG
よって　BD＝BG　ゆえに　△BGF≡△BDF
よって　∠BDF＝∠BGF＝10°
∠FDC＝30°＝∠FEC＝∠FAC　より
AFCED は同一円周上にある。
よって　∠AED＝∠ACE＝20°　よって　∠AEF＝20°
よって　∠ADF＝∠AEF＝20°　よって　∠ADB＝30°

78　解法 B
79　解法 F
80　解法 E
81　解法 G
82　解法 E
83　解法 G

84

E を∠BAE＝80°（AE⊥BD） とする。

△BAC は 2 等辺三角形より BA＝BC

△EAC は 2 等辺三角形より EA＝EC

よって △ABE≡△CBE

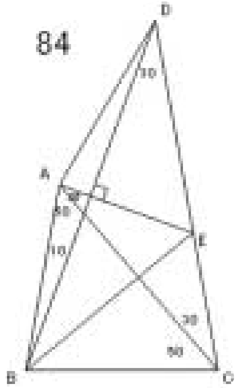
よって ∠ABE＝∠CBE＝40°，∠AEB＝∠CEB＝60°

よって ∠DBE＝30°

△EBD は 2 等辺三角形より EB＝ED

∠BEA＝60°＝∠DEA より △BEA≡△DEA

よって ∠ADE＝40° よって ∠ADB＝10°



85

E を∠CBE＝60°

F を AB と DC の交点

G を AC と BE の交点とする。

∠ABE＝20°＝∠ACE より ABCE は同一円周上にある。

よって ∠AEB＝∠ACB＝60° よって AE//BC

△FBC は 2 等辺三角形より FB＝FC

△GBC は正三角形より GB＝GC よって △FBG≡△FCG

よって ∠BFG＝∠CFG＝10°

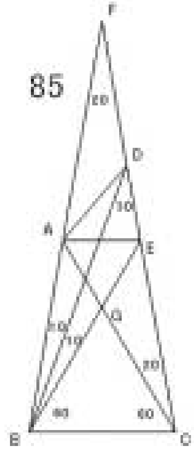
△BFG と△FBD において ∠BFG＝10°＝∠FBD，∠FBG＝20°＝∠BFD

よって △BFG≡△FBD よって BG＝FD

△EBF は 2 等辺三角形より EB＝EF ゆえに EG＝ED

△AGE は正三角形であるから EA＝EG よって EA＝ED

∠AED＝80° より ∠ADE＝50° よって ∠ADB＝20°



86 解法 E

87

E を∠BAE＝30°

F を∠BAF＝70°

G を∠CFG＝30°（FG⊥AC）

H を∠EFH＝20°とする。

△FCA は正三角形である。

△FCG≡△FAG より ∠FAG＝40°

∠ABG＝30°＝∠AFG より

ABFG は同一円周上にある。

よって ∠FBG＝∠FAG＝40°

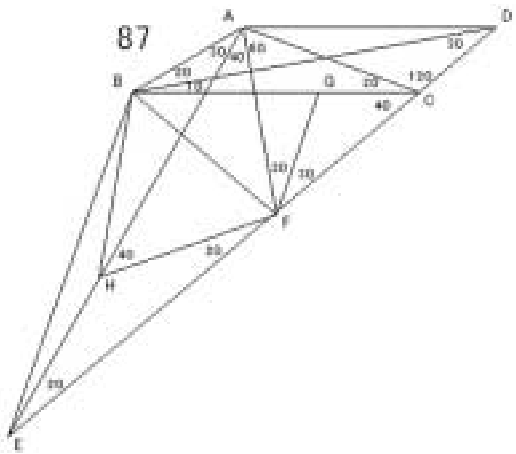
よって ∠AFB＝40°，∠BFH＝60°

△FAB は 2 等辺三角形より FA＝FB

△FAH は 2 等辺三角形より FA＝FH よって FB＝FH

∠BFH＝60° より △BFH は正三角形 よって HB＝HF

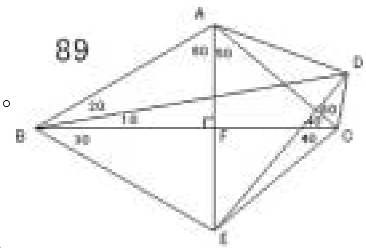
△HEF は 2 等辺三角形より HE＝HF よって HB＝HE



∠BHE＝160° より　∠BEH＝10° よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

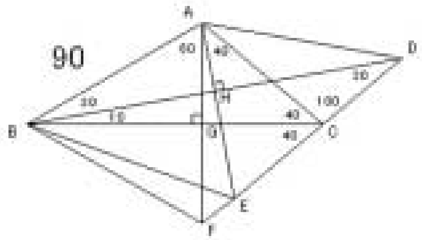
88　解法 E

89



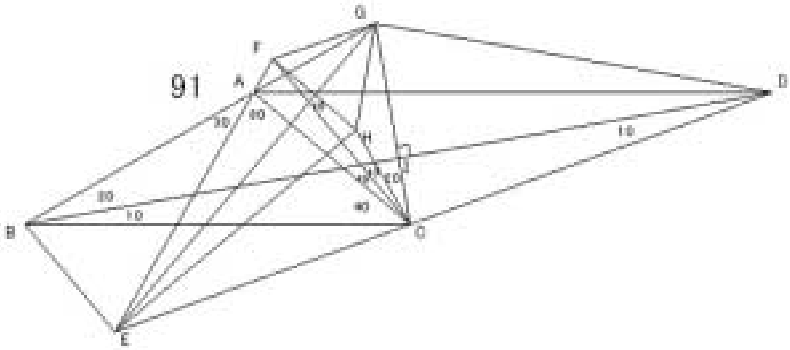
E を A の BC に関する対称点
F を BC と AE の交点とする
∠DBE＋∠DCE＝180° より　BECD は同一円周上にある。
よって　∠BDE＝∠BCE＝40°，∠DEC＝∠DBC＝10°
よって　△EBD は 2 等辺三角形より　EB＝ED
△EAB は正三角形より　EA＝EB　よって　EA＝ED
∠AED＝40° より　∠ADE＝70° よって　∠ADB＝30°

90



E を∠BAE＝70°（AE⊥BD）
F を∠BAF＝60°（BC⊥AF）
G を BC と AF の交点
H を BD と AE の交点とする
△CAG≡△CFG　より　AG＝FG
よって　△BAG≡△BFG
よって　△ABF は正三角形
∠ABF＋∠AEF＝180° より　ABFE は同一円周上にある。
よって　∠FBE＝∠FAE＝10° よって　∠EBC＝20° よって　∠EBH＝30°
よって　△EBH≡△EDH　よって　BH＝DH
よって　△ABH≡△ADH　よって　∠ADB＝20°

91



E を∠BAE＝30°
F を∠ACF＝10°
G を∠ACG＝40°（BD⊥CG）
H を∠CFH＝10°と　∠FCH＝10°の交点
I を BD と CG の交点　とする。
∠ECF＝70°，∠EFC＝70°である。
よって△ECF は 2 等辺三角形より　EC＝EF
△HCF は 2 等辺三角形より　HC＝HF

よって　△EHC≡△EHF　ゆえに　∠FEH＝∠CEH＝20°

∠GCF＝30°＝∠GAF　より　FACG は同一円周上にある。よって　∠FGA＝∠FCA＝10°

∠AGC＝70°　より　∠CGF＝80°

△HCF は 2 等辺三角形で，∠CHF＝2×∠CGF　より　H は△CGF の外心である。

ゆえに HG＝HF

∠FHG＝2×∠FCG＝60°　より　△HFG は正三角形　ゆえに　GF＝GH

△EFH は 2 等辺三角形より　EF＝EH　よって　△FEG≡△HEG

よって　∠GEA＝∠GEH＝10°

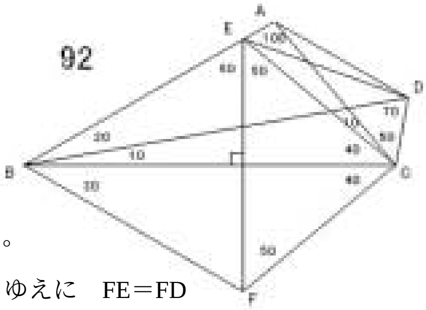
△CBI≡△CDI　より　BI＝DI　よって　△GBI≡△GDI

よって　∠GDB＝20°　よって　∠GDE＝30°

∠GDE＋∠GAE＝180°　より　AEDG は同一円周上にある。

よって　∠GDA＝∠GEA＝10°　よって　∠ADB＝10°

92



E を∠ACE＝10°

F を BC に関する E の対称点とする。

△BEF は正三角形より　FB＝FE

∠DBF＋∠DCF＝180°　より

BFCD は同一円周上にある。

よって　∠BDF＝∠BCF＝40°，∠CFD＝∠CBD＝10°

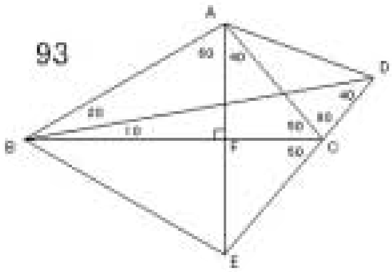
よって　△FBD は 2 等辺三角形　よって　FB＝FD　ゆえに　FE＝FD

∠DFE＝40°　より　∠FDE＝70°　よって　∠EDB＝30°，∠EDC＝100°

∠EAC＝100°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝40°

93



E を∠BAE＝60°（BC⊥AE）

F を BC と AE の交点とする

△CAF≡△CEF　より　AF＝EF

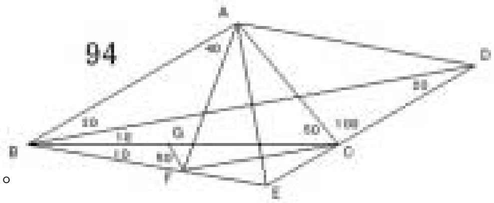
よって　△BAF≡△BEF

よって　△ABE は正三角形　よって　EB＝EA

△EBD は 2 等辺三角形より　EB＝ED

よって　ED＝EA　よって　∠EDA＝70°　よって　∠ADB＝30°

94



E を∠CBE＝10°

F を∠BAF＝40°

G を∠BFG＝50°（AB⊥FG）とする。

△FAB は 2 等辺三角形より　FA＝FB

よって　△FAG≡△FBG　よって　∠FAG＝10°

∠AFG＝50°＝∠ACG　より　AGFC は同一円周上にある。

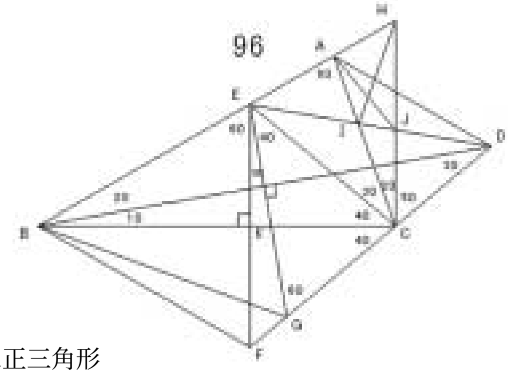
よって　∠FCG＝∠FAG＝10°　よって　∠FCA＝60°，∠ECF＝20°

∠FAC＝60°　より　△ACF は正三角形　よって　AC＝AF

∠EFC＝20°　より　△ECF は 2 等辺三角形　よって　EC＝EF
よって　△CAE≡△FAE　よって　∠CAE＝∠FAE＝30°　よって　BD⊥AE
△EBD は 2 等辺三角形と BD⊥AE より　△ABD は 2 等辺三角形　よって　∠ADB＝20°

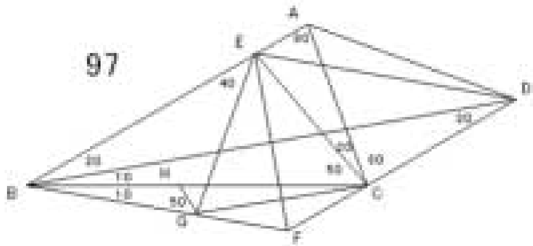
95　解法 G

96



E を∠BCE＝40°
F を∠BEF＝60°（BC⊥EF）
G を∠CEG＝40°（BD⊥EG）
H を∠BCH＝90°
I を ED と AC の交点
J を ED と HC の交点
K を BC と EF の交点　とする。
△CEK≡△CFK　より　EK＝FK
よって　△BEK≡△BFK　よって　△BEF は正三角形
よって　∠EBF＝60°
∠EBF＋∠EGF＝180°　より　EBFG は同一円周上にある。
よって　∠FBG＝∠FEG＝10°　よって　∠GBD＝30°
△GBD は 2 等辺三角形と BD⊥GE より　△EBD は 2 等辺三角形
よって　∠EDB＝20°　よって　∠DEC＝30°　よって　∠HJI＝∠CEJ＋∠ECJ＝80°
△IEC は 2 等辺三角形で　∠EIC＝120°＝ 2 ×∠EHC　より　I は△HEC の外心である。
よって　IC＝IH　ゆえに　∠IHC＝20°　よって　∠AHI＝40°
∠HJI＋∠HAI＝180°　より　HAIJ は同一円周上にある。
よって　∠AJI＝∠AHI＝40°　より　∠AJD＝140°
∠JAI＝∠JHI＝20°　より　△JAC は 2 等辺三角形　ゆえに　JC＝JA
△JCD は 2 等辺三角形より　JC＝JD　ゆえに　JA＝JD
∠AJD＝140°　より　∠ADJ＝20°　よって　∠ADB＝40°

97

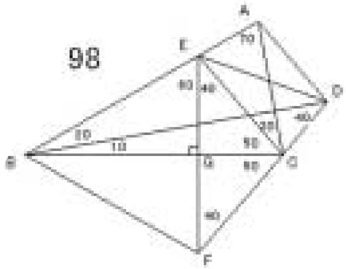


E を∠BCE＝50°
F を∠CBF＝10°
G を∠BEG＝40°
H を∠BGH＝50°（BE⊥GH）とする。
△GBE は 2 等辺三角形で BE⊥GH より
△GBH≡△GEH　よって　∠GEH＝10°
∠EGH＝50°＝∠ECH　より EHGC は同一円周上にある。
よって　∠GCH＝∠GEH＝10°　よって　∠FCG＝20°，∠ECG＝60°
∠GEC＝60°　より　△ECG は正三角形　よって　EC＝EG
∠FGC＝20°　より　△FCG は 2 等辺三角形　ゆえに　FC＝FG
よって　△ECF≡△EGF　ゆえに　∠CEF＝∠GEF＝30°　ゆえに　BD⊥EF
△FBD は 2 等辺三角形で，BD⊥EF より△EBD は 2 等辺三角形
よって　∠EDB＝20°　よって　∠CED＝40°

△CDE は２等辺三角形より　CD＝CE
△CAE は２等辺三角形より　CA＝CE　よって　CA＝CD
よって　∠ADC＝50°　よって　∠ADB＝30°

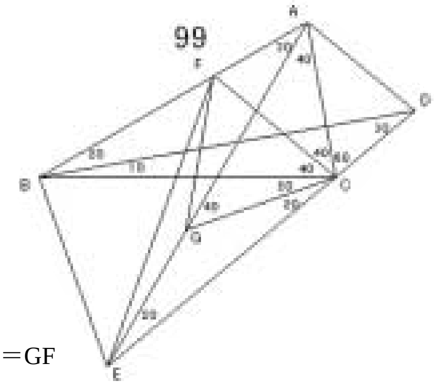
98

E を∠ACE＝30°
F を∠BEF＝60°（BC⊥EF）
G を BC と EF の交点とする
△CEG≡△CFG　より　EG＝FG
よって　△BEG≡△BFG
よって　△BEF は正三角形　よって　FB＝FE
∠FBD＝40°　より　△FBD は２等辺三角形
よって　FB＝FD　よって　FE＝FD　よって　∠FDE＝∠FED＝70°
∠AED＝50°＝∠ACD　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝30°　よって　∠ADB＝60°



99

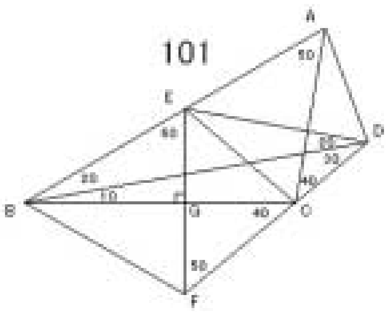
E を∠CAE＝40°
F を∠ACF＝40°
G を∠BCG＝20°とする。
△CAF は２等辺三角形より　CA＝CF
△CAG は２等辺三角形より　CA＝CG
よって　CF＝CG
∠FCG＝60°　より　△FCG は正三角形
よって　GC＝GF
△GCE は２等辺三角形より　GC＝GE　よって　GE＝GF
∠AGF＝20°　より　∠FEG＝10°
∠FEC＝30°＝∠FBC より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝40°　よって　∠AEB＝50°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝50°



100　解法 B

101

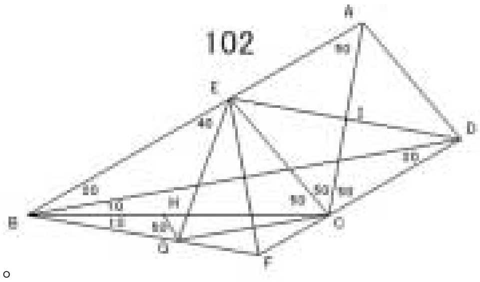
E を∠BDE＝20°
F を∠BEF＝60°（BC⊥EF）
G を BC と ED の交点とする
△EBD は２等辺三角形より　EB＝ED
△EFD は２等辺三角形より　EF＝ED　よって　EB＝EF
∠BEF＝60°　より　△BEF は正三角形
△BEG≡△BFG　より　EG＝FG
よって　△CEG≡△CFG　よって　∠ECG＝40°
よって　∠ACE＝60°



∠EAC＝50°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝60°　よって　∠ADB＝80°

102



E を∠BCE＝50°

F を∠CBF＝10°

G を∠BEG＝40°

H を∠BGH＝50°（BE⊥GH）

I を AC と DE の交点　とする。

△GBE は 2 等辺三角形より　GB＝GE

よって　△GBH≡△GEH　よって　∠GEH＝10°

∠HCE＝50°＝∠HGE　より　HGCE は同一円周上にある。

よって　∠GCH＝∠GEH＝10°

よって　∠GCE＝60°，∠FCG＝20°

∠GEC＝60°　より　△ECG は正三角形　よって　EC＝EG

∠FGC＝20°　より　△FCG は 2 等辺三角形　よって　FC＝FG

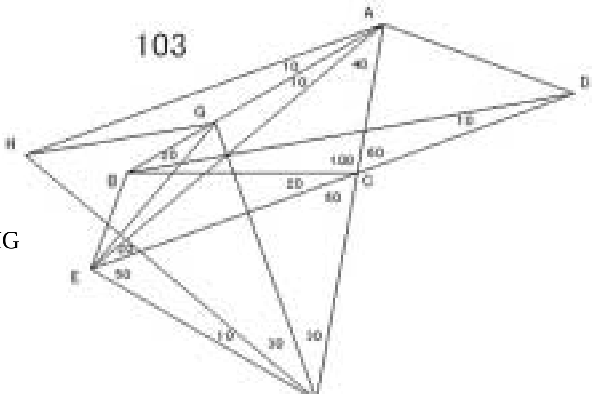
よって　△CEF≡△GEF　よって　∠CEF＝∠GEF＝30°　よって　BD⊥EF

△FBD は 2 等辺三角形で，BD⊥EF より　△EBD は 2 等辺三角形　よって　∠EDB＝20°

よって　AC⊥DE　よって　△CDI≡△CEI　よって　DI＝EI

よって　△ADI≡△AEI　よって　∠ADI＝∠AEI＝40°　よって　∠ADB＝60°

103



E を∠BAE＝10°

F を∠CEF＝50°

G を∠CFG＝30°

H を∠AFH＝60°と

∠FAH＝60°の交点　とする。

△FAH は正三角形より　△FAG≡△FHG

よって　∠FHG＝50°

よって　∠AHG＝10°

△AEF は 2 等辺三角形より　AE＝AF

△AHF は正三角形より　AF＝AH

よって　AH＝AE　よって　△AHG≡△AEG　よって　∠AEG＝10°

∠GEC＝30°＝∠GFC＝∠GBC　より　GBEFC は同一円周上にある。

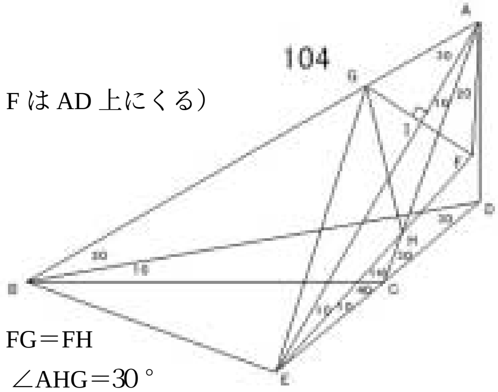
よって　∠BFE＝∠BCE＝20°　よって　∠BFG＝20°

よって　∠BEG＝∠BFG＝20°　よって　∠AEB＝30°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

104



Eを∠BAE＝30°

Fを∠AEF＝10°と∠EAF＝30°の交点（実際FはAD上にくる）

Gを∠AFG＝60°（AE⊥FG）

HをACとEFの交点

IをAEとFGの交点　とする。

∠FHA＝20°である。

△FAHは2等辺三角形より　FA＝FH

△FAGは正三角形より　FA＝FG　よって　FG＝FH

∠HFG＝80°　より　∠FHG＝50°　よって　∠AHG＝30°

△AFI≡△AGI　より　FI＝GI　よって　△EFI≡△EGI

よって　∠GEI＝10°　よって　∠CEG＝30°

∠CBG＝30°＝∠CEG　より　GBECは同一円周上にある。

∠CEG＋∠CHG＝180°　より　GECHは同一円周上にある。

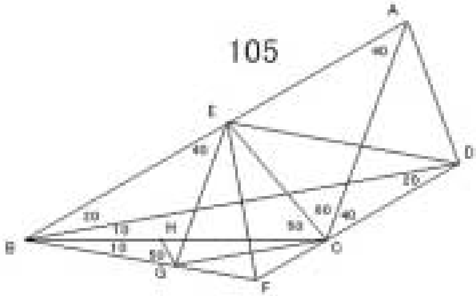
よって　GBECHは同一円周上にある。

よって　∠BEH＝∠BCH＝110°　ゆえに　∠AEB＝100°

∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝100°

105



Eを∠BCE＝50°

Fを∠CBF＝10°

Gを∠BEG＝40°

Hを∠BGH＝50°（BE⊥GH）とする。

△GBEは2等辺三角形でBE⊥GHより

△GBH≡△GEH　よって　∠GEH＝10°

∠HCE＝50°＝∠HGE　より　HGCEは同一円周上にある。

よって　∠GCH＝∠GEH＝10°　よって　∠GCE＝60°，∠FCG＝20°

∠GEC＝60°　より　△ECGは正三角形　よって　EC＝EG

∠FGC＝20°　より　△FCGは2等辺三角形　よって　FC＝FG

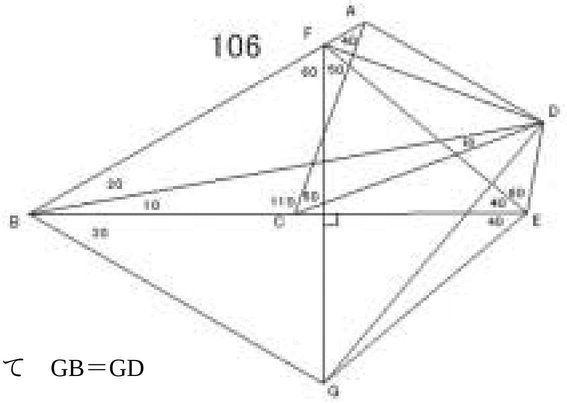
よって　△CEF≡△GEF　よって　∠CEF＝∠GEF＝30°　よって　BD⊥EF

△FBDは2等辺三角形で，BD⊥EFより　△EBDは2等辺三角形　よって　∠EDB＝20°

∠EAC＝40°＝∠EDC　より　AECDは同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝60°　よって　∠ADB＝80°

106



Eを∠CDE＝60°

Fを∠CEF＝40°

GをBEに関するFの対称点とする。

△BFGは正三角形より　GF＝GB

∠DEG＋∠DBG＝180°　より

BGEDは同一円周上にある。

よって　∠BDG＝∠BEG＝40°,

∠DGE＝∠DBG＝10°

よって　△GBDは2等辺三角形　よって　GB＝GD

よって　GF＝GD

∠DGF＝40°　より∠FDG＝70°　よって　∠FDC＝40°

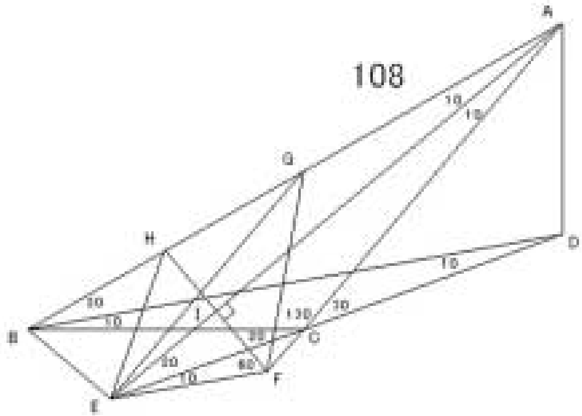
∠FAC＝40°＝∠FDC＝∠FEC　より　AFCEDは同一円周上にある。

よって　∠DCF＝∠DEF＝60°　よって　∠ACF＝10°

よって　∠ADF＝∠ACF＝10°　よって　∠ADB＝40°

107　解法F

108



Eを∠BAE＝10°

Fを∠CEF＝10°

Gを∠CFG＝30°

Hを∠CFH＝80°（AE⊥FH）

IをAEとFHの交点　とする。

△AFI≡△AHI　より　FI＝HI

よって　△EFI≡△EHI

よって　△EFHは正三角形

よって　HE＝HF

∠HGF＝50°＝∠HFG　だから　△HFGは2等辺三角形より　HF＝HG　ゆえに　HE＝HG

∠EHG＝140°　より∠HEG＝20°　よって　∠GEC＝30°

∠GBC＝30°＝∠GEC＝∠GFC　よりGBEFCは同一円周上にある。

よって　∠GCE＝∠GFE＝110°　よって　∠GCB＝90°

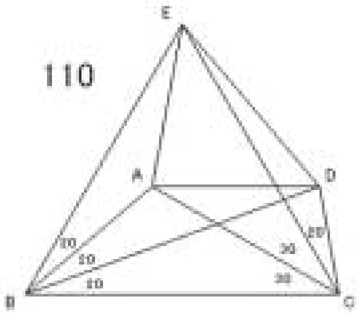
よって　∠GEB＝∠GCB＝90°　よって　∠AEB＝100°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝100°

109　解法 C

110



E を∠BCE＝60 °と　∠CBE＝60 °の交点とする。

△CBE は正三角形より　CB＝CE

よって　△CBA≡△CEA　よって　∠CEA＝40 °

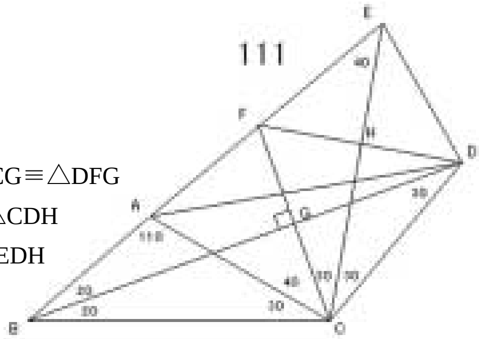
よって　∠AEB＝20 °

△BCD は 2 等辺三角形より　BC＝BD

△BCE は正三角形より　BC＝BE　よって　BD＝BE

よって　△BDA≡△BEA　よって　∠ADB＝∠AEB＝20 °

111



E を∠ACE＝70 °

F を∠ACF＝40 °（BD⊥CF）

G を BD と CF の交点

H を CE と DF の交点　とする。

△BCG≡△BFG　より　CG＝FG　よって　△DCG≡△DFG

よって　△CDF は正三角形　よって　△CFH≡△CDH

よって　FH＝DH, CE⊥FD　よって　△EFH≡△EDH

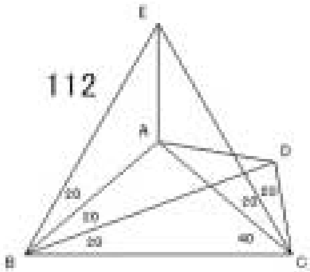
よって　∠EDH＝∠EFH＝50 °

よって　∠EDC＝110 °

∠EDC＋∠EAC＝180 °　より　EACD は同一円周上にある。

よって　∠EDA＝∠ECA＝70 °　よって　∠ADB＝10 °

112



E を∠BCE＝60 °と∠CBE＝60 °の交点　とする。

△EBC は正三角形より　EB＝EC

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

よって　△EBA≡△ECA　よって　∠BEA＝30 °

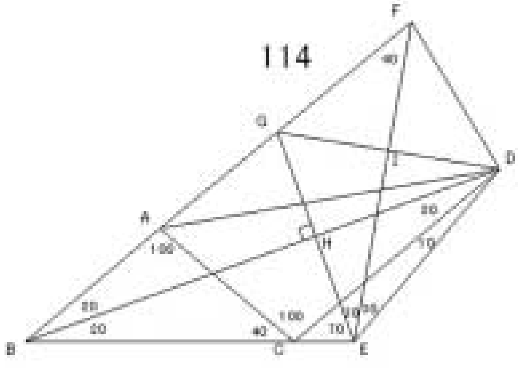
△BCD は 2 等辺三角形より　BC＝BD

△EBC は正三角形より　BC＝BE　ゆえに　BD＝BE

よって　△BDA≡△BEA　よって　∠ADB＝∠AEB＝30 °

113　解法 E

114



E を∠CDE＝10 °

F を∠DEF＝30 °

G を∠BEG＝70 °（BD⊥EG）

H を BD と EG の交点

I を DG と EF の交点　とする。

△BEH≡△BGH　より　EH＝GH

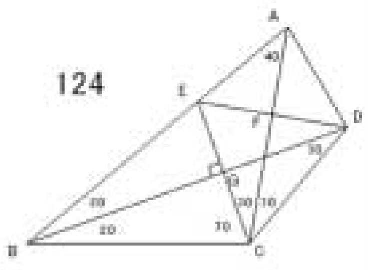
よって　△DEH≡△DGH

よって　△DEG は正三角形

よって　△EDI≡△EGI

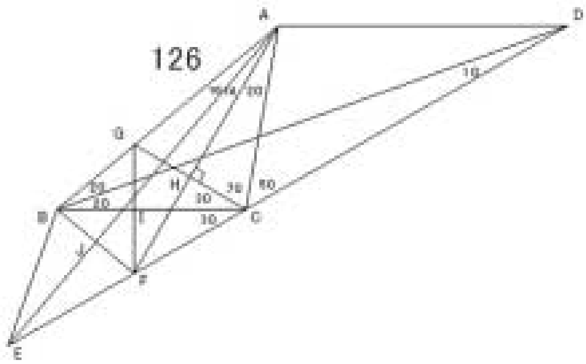
よって　DI＝GI, EF⊥DG
よって　△FDI≡△FGI　よって　∠DFI＝∠GFI＝40°
∠AFE＋∠ACE＝180°　より　FACE は同一円周上にある。
∠DFE＝40°＝∠DCE　より　FCED は同一円周上にある。
よって　FACED は同一円周上にある。　よって　∠ADE＝∠AFE＝40°
よって　∠ADB＝10°

115　解法 C
116　解法 A
117　解法 A
118　解法 A，解法 G
119　解法 A
120　解法 A
121　解法 A
122　解法 A
123　解法 D
124



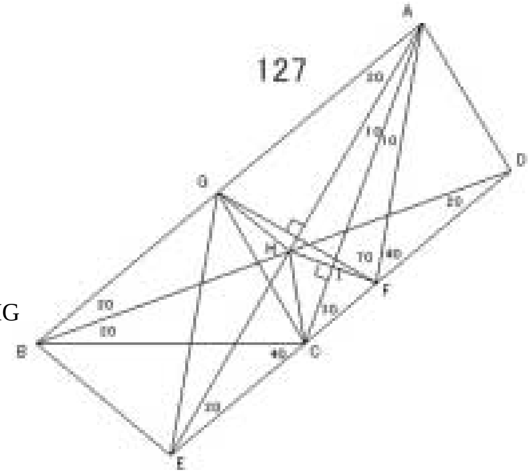
E を∠BCE＝70°
F を AC と DE の交点
G を BD と EC の交点とする。
△BCG≡△BEG　より　CG＝EG
よって　△DCG≡△DEG　よって　△CDE は正三角形
よって　△CDF≡△CEF　よって　DF＝EF, CA⊥DE
よって　△ADF≡△AEF
よって　∠ADF＝∠AEF＝50°　よって　∠ADB＝80°

125　解法 F
126



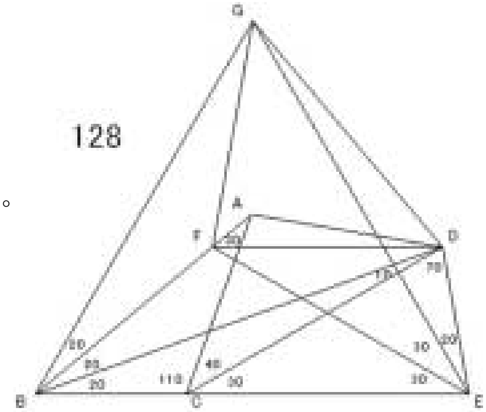
E を∠BAE＝10°
F を∠BAF＝20°
G を∠ACG＝70°（AF⊥CG）とする
△ACH≡△AGH　より　CH＝GH
よって　△FCH≡△FGH
よって　△CGF は正三角形
よって　△CGI≡△CFI
よって　GI＝FI, BC⊥GF
よって　△BGI≡△BFI
よって　∠FBI＝∠GBI＝40°　よって　∠ABJ＝80°　よって　BF⊥AE
よって　△ABJ≡△AFJ　よって　BJ＝FJ　よって　△EBJ≡△EFJ
∠BFE＝70°　より　∠BEJ＝∠FEJ＝20°　よって　∠AEB＝20°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

127



Eを∠BAE＝20°
Fを∠CAF＝10°
Gを∠AFG＝70°（AE⊥FG）
HをAE上で∠AFH＝80°（AC⊥FH）
IをACとFHの交点　とする。
△AFHは2等辺三角形より　AF＝AH
△AGFは2等辺三角形より　AF＝AG
よって　△AFH≡△AHG　よって　HF＝HG
△AFI≡△AHI　より　FI＝HI
よって　△CFI≡△CHI
よって　△CFHは正三角形
よって　HC＝HF　よって　HG＝HC
∠CHG＝140°　より　∠HCG＝20°　よって　∠GCB＝60°
△FAEは2等辺三角形でAE⊥FGより　△GAEは2等辺三角形となる。
よって　∠GEA＝20°　よって　∠GEC＝40°
∠GBC＝40°＝∠GEC　より　GBECは同一円周上にある。
よって　∠GEB＝∠GCB＝60°　よって　∠AEB＝80°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝80°

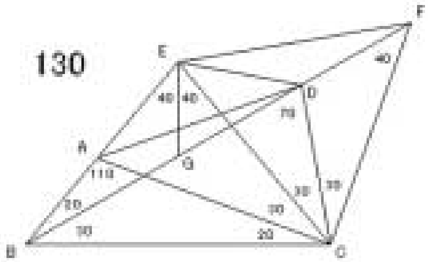
128



Eを∠CDE＝70°
Fを∠CEF＝30°
Gを∠BEG＝60°と∠EBG＝60°の交点とする。
△GBEは正三角形より　EB＝EG
よって　△EBF≡△EGF　よって　∠EGF＝40°
よって　∠BGF＝20°
△BEDは2等辺三角形より　BE＝BD
△BEGは正三角形より　BE＝BG
よって　BD＝BG　よって　△BDF≡△BGF
よって　∠FDB＝20°　よって　∠FDC＝30°
∠FAC＝30°＝∠FDC＝∠FEC　より　AFCEDは同一円周上にある。
よって　∠AED＝∠ACD＝40°　よって　∠AEF＝10°
∠ADF＝∠AEF＝10°　よって　∠ADB＝30°

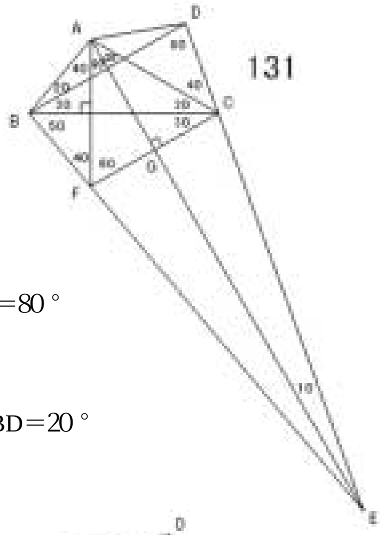
129　解法 D

130



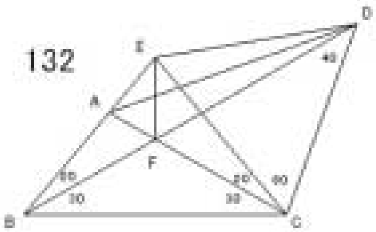
E を∠ACE＝30°
F を∠DCF＝30°
G を∠BEG＝40°（BC⊥EG）とする。
△EBC は 2 等辺三角形より　EB＝EC
よって　△EBG≡△ECG　よって　∠ECG＝20°
∠GEC＝40°＝∠GFC　より
EGCF は同一円周上にある。
よって　∠EFG＝∠ECG＝20°　よって　∠CFE＝60°
よって　△CFE は正三角形　よって　CF＝CE
よって　△CFD≡△CED　よって　∠CED＝40°，∠CDE＝110°　よって　∠EDB＝40°
∠CDE＋∠CAE＝180°　より　EACD は同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝30°　よって　∠ADB＝10°

131



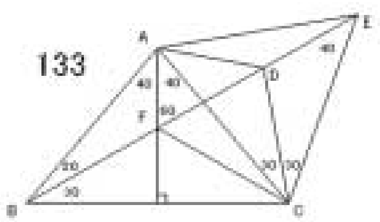
E を∠CAE＝30°
F を BC に関する A の対称点
G を AE と CF の交点　とする。
△ACF は正三角形である。
よって　△ACG≡△AFG　ゆえに　CG＝FG
よって　△ECG≡△EFG　よって　∠FEG＝10°，∠EFG＝80°
よって　∠BFE＝180°となり BFE は一直線となる。
よって　△EBD は 2 等辺三角形で BD⊥AE となる。
よって　△ABD は 2 等辺三角形　よって　∠ADB＝∠ABD＝20°

132



E を∠BCE＝50°
F を BD と AC の交点とする。
△EBC は正三角形より　EB＝EC
△FBC は 2 等辺三角形より　FB＝FC
よって　△EBF≡△ECF
よって　∠BEF＝∠CEF＝40°
∠CEF＝40°＝∠CDF　より
EFCD は同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝20°　よって　△CDE は正三角形　よって　CD＝CE
∠EAC＝80°，∠ECA＝20°　より　△CAE は 2 等辺三角形　よって　CA＝CE
よって　CA＝CD　よって　∠ADC＝50°　よって　∠ADB＝10°

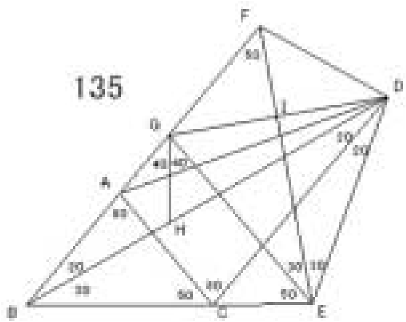
133



Eを∠DCE＝30°
Fを∠BAF＝40°（BC⊥AF）とする。
△ABCは2等辺三角形より　AB＝AC
よって　△ABF≡△AFC　よって　∠ACF＝20°
∠AFE＝60°＝∠ACE　より
AFCEは同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠ACF＝20°　よって　△ACEは正三角形　よって　CA＝CE
よって　△CAD≡△CED　よって　∠CAD＝40°　よって　∠ADB＝40°

134　解法E

135

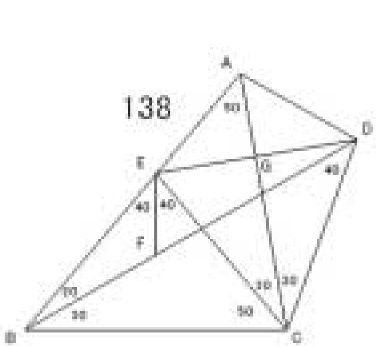


Eを∠CDE＝20°
Fを∠CEF＝80°
Gを∠CEG＝50°
Hを∠BGH＝40°（BE⊥GH）
IをEFとDGの交点　とする。
△GBEは2等辺三角形より　GB＝GE
よって　△GBH≡△GEH　よって　∠GEH＝20°
∠HGE＝40°＝∠HDE　より
GHEDは同一円周上にある。
よって　∠GDH＝∠GEH＝20°　よって　△EDGは正三角形
よって　△EDI≡△EGI　よって　DI＝GI, DG⊥EI　よって　△FDI≡△FGI
よって　∠FDI＝∠FGI＝40°　よって　∠FDC＝80°
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD同一円周上にある。
∠FDC＝80°＝∠FEC　より　FCEDは同一円周上にある。
よって　FACEDは同一円周上にある。
よって　∠FAD＝∠FED＝30°　よって　∠ADB＝10°

136　解法B

137　解法G

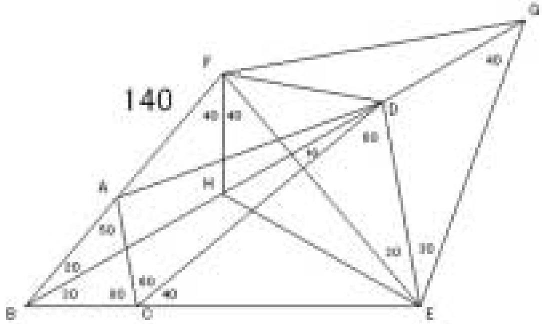
138



Eを∠BCE＝50°
Fを∠BEF＝40°（EF⊥BC）
GをACとEDの交点　とする。
△EBCは2等辺三角形より　EB＝EC
よって　△BEF≡△CEF　よって　∠ECF＝20°
∠FEC＝40°＝∠FDC　より　EFCDは同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝20°
よって　△CDEは正三角形　よって　△DCG≡△ECG
よって　DG＝EG, DE⊥CG　よって　△ADG≡△AEG
よって　∠ADG＝∠AEG＝40°　よって　∠ADB＝60°

139　解法 F

140



E を∠CDE＝60 °

F を∠DEF＝30 °

G を∠DEG＝30 °

H を∠BFH＝40 °（BC⊥FH）とする。

△FBE は 2 等辺三角形より　FB＝FE

よって　△FBH≡△FEH

よって　∠FEH＝20 °

∠HFE＝40 °＝∠HGE　より　FHEG は同一円周上にある。

よって　∠FGH＝∠FEH＝20 °　よって　△FGE は正三角形

よって　△EGD≡△EFD　よって　∠EFD＝40 °, ∠EDF＝110 °　よって　∠FDC＝50 °

∠AFE＋∠ACE＝180 °　より　FACE は同一円周上にある。

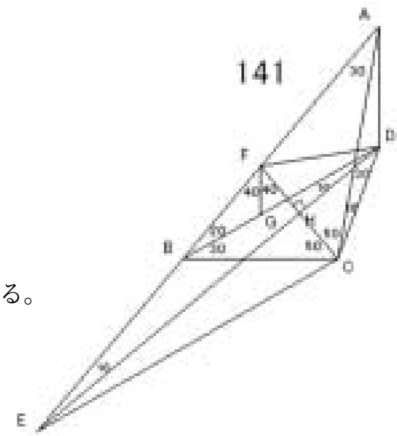
∠FDC＝50 °＝∠FEC　より　FCED は同一円周上にある。

よって　FACED は同一円周上にある。

よって　∠FCD＝∠FED＝30 °　よって　∠FCA＝30 °

よって　∠FDA＝∠FCA＝30 °　よって　∠ADB＝10 °

141



E を∠BDE＝10 °

F を∠BCF＝50 °（CF⊥DE）

G を∠BFG＝40 °（BC⊥FG）

H を FC と DE の交点　とする。

△FBC は 2 等辺三角形より　FB＝FC

よって　△FBG≡△FCG　よって　∠FCG＝20 °

∠GFC＝40 °＝∠GDC　より　FGCD は同一円周上にある。

よって　∠FDG＝∠FCG＝20 °　よって　∠FDH＝30 °

よって　△DCF は正三角形

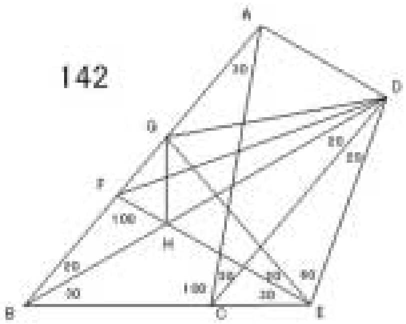
よって　△DFH≡△DCH　よって　FH＝CH

よって　△EFH≡△ECH　よって　∠CEH＝10 °

∠AED＝10 °＝∠ACD　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠CAD＝∠CED＝10 °　よって　∠ADB＝120 °

142



E を∠CDE＝20 °

F を∠CEF＝30 °

G を∠CEG＝50 °

H を BD と EF の交点　とする。

△GBE は 2 等辺三角形より　GB＝GE

△HBE は 2 等辺三角形より　HB＝HE

よって　△GBH≡△GCH

よって　∠BGH＝∠EGH＝40 °

∠HGE＝40°＝∠HDE　より　GHED は同一円周上にある。

よって　∠GDH＝∠GEH＝20°　よって　∠GDE＝60°

よって　△GDE は正三角形　よって　EG＝ED

∠EGF＝80°＝∠EFG　より　EF＝EG　よって　EF＝ED

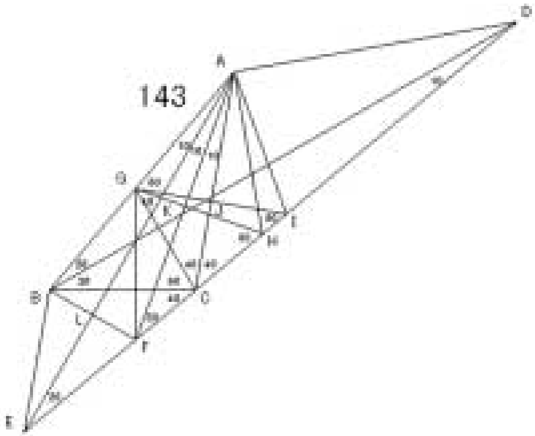
∠DEF＝80°　より　∠EDF＝50°　よって　∠FDC＝30°

∠FDC＝30°＝∠FAC＝∠FEC　より　AFCED は同一円周上にある。

よって　∠AED＝∠AFD＝30°　よって　∠AEF＝50°

よって　∠ADF＝∠AEF＝50°　よって　∠ADB＝60°

143



E を∠BAE＝10°

F を∠BAF＝20°

G を∠BCG＝60°

H を∠AGH＝70°（AF⊥GH）

I を∠AGI＝60°（AC⊥GI）

J を AC と GI の交点

K を AF と GH の交点

L を AE と BF の交点とする。

△CGJ≡△CIJ　より　GJ＝IJ

よって　△AGJ≡△AIJ

よって　△AGI は正三角形

∠GAI＋∠GHI＝180°　より　AGHI は同一円周上にある。

よって　∠HAI＝∠HGI＝10°　よって　∠CAH＝20°

∠HAK＝30°＝∠HFK　より　△HAK≡△HFK

よって　AK＝FK　よって　△GAK≡△GFK　よって　∠GFA＝20°

∠GFC＝50°＝∠GBC　より　GBFC は同一円周上にある。

よって　∠GFB＝∠GCB＝60°　よって　∠BFA＝80°　よって　BF⊥AE

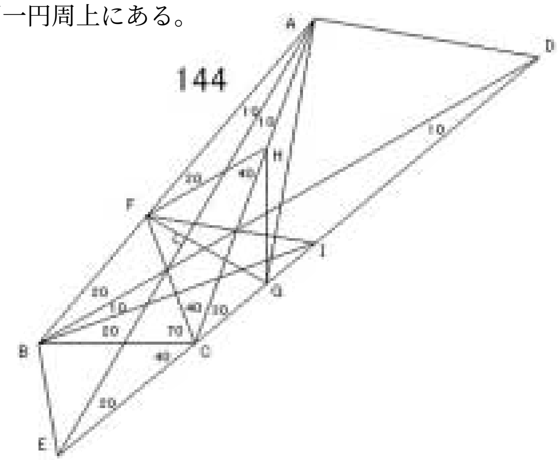
△ABL≡△AFL　より　BL＝FL　よって　△EBL≡△EFL

よって　∠BEL＝20°　ゆえに　∠AEB＝20°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

144



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝70°

G を∠AFG＝80°（AE⊥FG）

H を∠AFH＝20°

I を∠CBI＝20°（BI⊥CF）　とする。

∠FGC＝70°であるから

△FCG は2等辺三角形より　FC＝FG

△FCH は2等辺三角形より　FC＝FH

よって　FG＝FH

∠GFH＝60°　より　△HFG は正三角形

よって　HF＝HG

△HAF は２等辺三角形より　HA＝HF

よって　HA＝HG

∠AHG＝160°　より　∠GAH＝10°　よって　∠GAE＝20°

△GAE は２等辺三角形で AE⊥FG より　△FAE は２等辺三角形　よって　∠FEA＝10°

よって　∠FEI＝30°

△CBI は２等辺三角形で BI⊥CF より　△FBI は２等辺三角形　よって　∠FIB＝30°

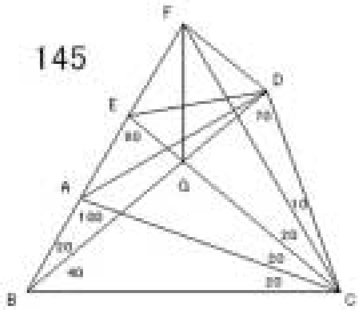
∠FBI＝30°＝∠FEI　より　FBEI は同一円周上にある。

よって　∠FEB＝∠FIB＝30°　ゆえに　∠AEB＝40°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

145



E を∠ACE＝20°

F を∠ACF＝40°

G を BD と CE の交点　とする。

△FBC は正三角形より　FB＝FC

△GBC は２等辺三角形より　GB＝GC

よって　△FBG≡△FCG　よって　∠BFG＝∠CFG＝30°

△BCD は２等辺三角形より　BC＝BD

△BCF は正三角形より　BC＝BF　ゆえに　BD＝BF

よって　∠BDF＝80°

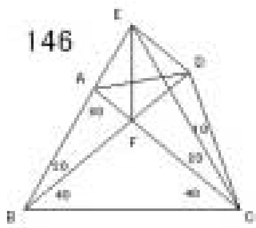
∠GDF＋∠GEF＝180°　より　FEGD は同一円周上にある。

よって　∠GDE＝∠GFE＝30°　ゆえに　∠CDE＝100°

∠CDE＋∠CAE＝180°　より　EACD は同一円周上にある。

よって　∠EDA＝∠ECA＝20°　よって　∠ADB＝10°

146



E を∠ACE＝20°

F を BD と AC の交点　とする。

△EBC は正三角形より　EB＝EC

△FBC は２等辺三角形より　FB＝FC

よって　△EBF≡△ECF　よって　∠BEF＝∠CEF＝30°

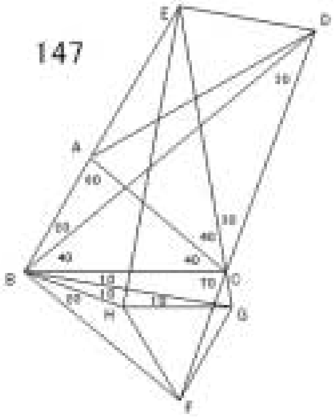
△EBC は正三角形より　BC＝BE

△BCD は２等辺三角形より　BC＝BD　ゆえに　BD＝BE　よって　∠BDE＝80°

∠EDF＋∠EAF＝180°　より　EAFD は同一円周上にある。

よって　∠ADF＝∠AEF＝30°　よって　∠ADB＝30°

147



Eを∠BCE＝80°

Fを∠CBF＝40°

Gを∠CBG＝10°

Hを∠BGH＝10°と∠GBH＝10°の交点　とする。

△HBGは2等辺三角形より　HB＝HG

△EBGは2等辺三角形より　EB＝EG

よって　△BEH≡△GEH　よって　∠BEH＝∠GEH＝20°

∠FBG＝30°＝∠FCG　より　BFGCは同一円周上にある。

よって　∠BFC＝∠BGC＝70°, ∠CFG＝∠CBG＝10°

よって　∠BFG＝80°

△HBGは2等辺三角形で　∠BHG＝2×∠BFG　より　Hは△BFGの外心である。

よって　HG＝HF

∠FHG＝2×∠FBG＝60°　より　△HFGは正三角形　よって　FH＝FG

△EHGは2等辺三角形より　EH＝EG　よって　△EFH≡△EFG

よって　∠HEF＝∠GEF＝10°, ∠HFE＝∠GFE＝30°　よって　∠EFB＝50°

∠BEF＝30°＝∠BDF　より　EBFDは同一円周上にある。

よって　∠EDB＝∠EFB＝50°

∠EAC＋∠EDC＝180°　より　EACDは同一円周上にある。

よって　∠EDA＝∠ECA＝40°　よって　∠ADB＝10°

148　解法B

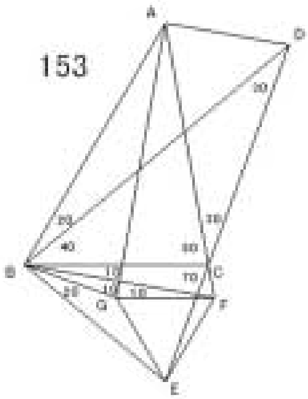
149　解法F

150　解法F

151　解法E

152　解法G

153



Eを∠CBE＝40°

Fを∠CBF＝10°

Gを∠BFG＝10°と∠FBG＝10°の交点　とする。

△GBFは2等辺三角形より　GB＝GF

△ABFは2等辺三角形より　AB＝AF

よって　△ABG≡△AFG　よって　∠BAG＝∠FAG＝20°

∠EBF＝30°＝∠ECF　より　BEFCは同一円周上にある。

よって　∠BEC＝∠BFC＝70°, ∠CEF＝∠CBF＝10°

よって　∠BEF＝80°

△GBFは2等辺三角形で　∠BGF＝2×∠BEF　より

Gは△BEFの外心である。　よって　GF＝GE

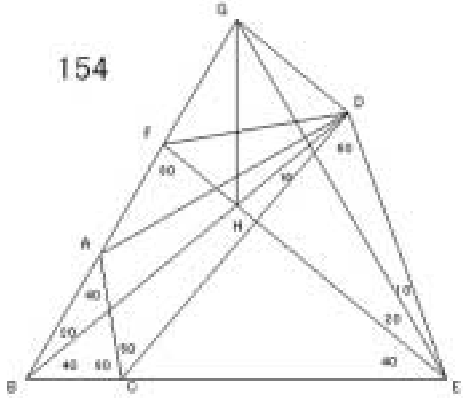
∠EGF＝2×∠EBF＝60°　より　△GEFは正三角形　よって　EG＝EF

△AGFは2等辺三角形より　AG＝AF　よって　△GAE≡△FAE

よって　∠AEG＝∠AEF＝30°, ∠EAG＝∠EAF＝10°　よって　∠AEB＝50°

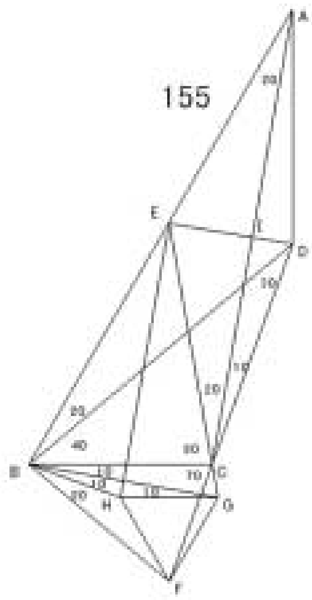
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝50°

154



E を∠CDE＝60°
F を∠CEF＝40°
G を∠CEG＝60°
H を BD と EF の交点　とする。
△GBE は正三角形より　GB＝GE
△HBE は２等辺三角形より　HB＝HE
よって　△GBH≡△GEH
よって　∠BGH＝∠EGH＝30°
よって　∠FHG＝∠DHG＝50°
△BED は２等辺三角形より　BE＝BD
△BEG は正三角形より　BG＝BE
よって　BD＝BG　よって　∠BDG＝∠BGD＝80°
∠GDH＋∠GFH＝180°　より　GFHD は同一円周上にある。
よって　∠FDH＝∠FGH＝30°　よって　∠FDC＝40°
∠FDC＝40°＝∠FEC　より　FCED は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
よって　FACED は同一円周上にある。
よって　∠FCD＝∠FED＝30°　よって　∠ACF＝20°
よって　∠ADF＝∠ACF＝20°　よって　∠ADB＝10°

155



E を∠BCE＝80°
F を∠CBF＝40°
G を∠CBG＝10°
H を∠BGH　と　∠GBH＝10°の交点
I を AC と ED の交点　とする。
△HBG は２等辺三角形より　HB＝HG
△EBG は２等辺三角形より　EB＝EG
よって　△BEH≡△GEH　ゆえに　∠BEH＝∠GEH＝20°
∠FBG＝30°＝∠FCG　より　BFGC は同一円周上にある。
よって　∠BFC＝∠BGC＝70°，∠CFG＝∠CBG＝10°
よって　∠BFG＝80°
△HBG は２等辺三角形で，∠BHG＝２×∠BFG　より
H は△BFG の外心である。よって　HF＝HG
∠FHG＝２×∠FBG＝60°　より　△HFG は正三角形
よって　FG＝FH
△EGH は２等辺三角形より　EG＝EH
よって　△GEF≡△HEF　よって　∠HEF＝10°，∠HFE＝30°

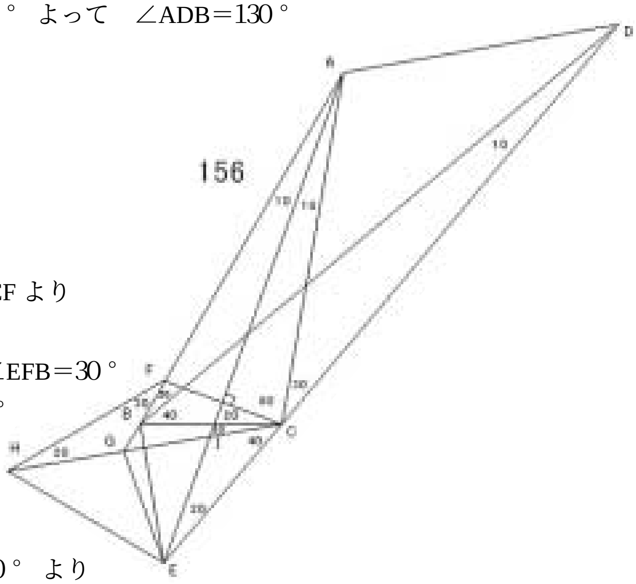
∠BEF＝30°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。

よって　∠EDB＝∠EFB＝50°　よって　∠CDI＝80°

よって　AC⊥ED　よって　△EAI≡△ECI　よって　AI＝CI　よって　△DAI≡△DCI

よって　∠DAI＝10°, ∠ADI＝80°　よって　∠ADB＝130°

156



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝20°（AE⊥CF）

G を∠BCG＝10°

H を∠BFH＝30°

I を AE と HC の交点　とする。

△ACF は 2 等辺三角形で　AE⊥CF より

△CEF も 2 等辺三角形

よって　∠CFE＝70°　よって　∠EFB＝30°

△ECI≡△EFI　より　∠EFI＝40°

∠FHI＝20°＝∠FEI　より

FHEI は同一円周上にある。

よって　∠EHI＝∠EFI＝40°

よって　∠EHF＝60°, ∠EFH＝60°　より

△HEF は正三角形　よって　FH＝FE

∠HFG＝30°＝∠EFG　より　△FHG≡△FEG

よって　∠FEG＝20°　よって　∠GEC＝60°

∠GBC＋∠GEC＝180°　より　BGEC は同一円周上にある。

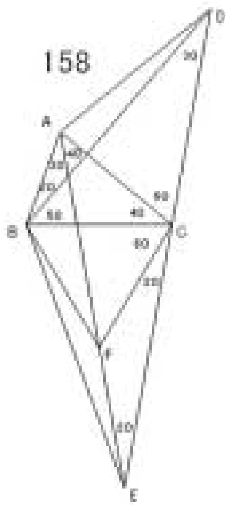
よって　∠BEG＝∠BCG＝10°　よって　∠AEB＝30°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

157　解法 B

158



E を∠BAE＝30°

F を∠BCF＝60°とする。

△CAB は 2 等辺三角形より　CA＝CB

△CAF は 2 等辺三角形より　CA＝CF　よって　CB＝CF

∠BCF＝60°　より　△CBF は正三角形　よって　FB＝FC

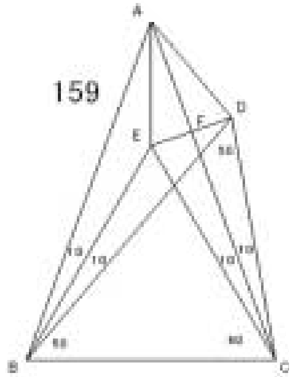
△FCE は 2 等辺三角形より　FC＝FE　よって　FB＝FE

∠BFE＝160°　より　∠BEF＝10°

∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

159



E を∠BCE＝60 °と∠CBE＝60 °の交点

F を AC と DE の交点　とする。

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

△EBC は正三角形より　EB＝EC

よって　△ABE≡△ACE　よって　∠BAE＝∠CAE＝20 °

△CBD は 2 等辺三角形より　CB＝CD

△CBE は正三角形より　CB＝CE　ゆえに　CE＝CD

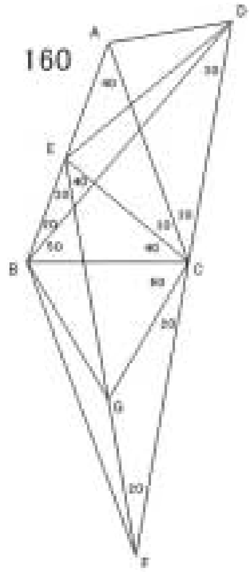
よって　△CDF≡△CEF　ゆえに　DF＝EF, AC⊥DE

よって　△ADF≡△AEF　よって　∠DAF＝∠EAF＝20 °

よって　∠ADF＝70 °

∠EDB＝30 °　より　∠ADB＝100 °

160



E を∠BCE＝40 °

F を∠BEF＝30 °

G を∠BCG＝60 °とする。

△CBE は 2 等辺三角形より　CB＝CE

△CGE は 2 等辺三角形より　CG＝CE　よって　CB＝CG

∠BCG＝60 °　より　△BCG は正三角形　よって　GB＝GC

△GCF は 2 等辺三角形より　GC＝GF　よって　GF＝GB

∠BGF＝160 °　より　∠BFG＝10 °

∠BEF＝30 °＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。

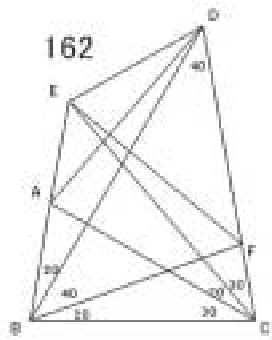
よって　∠BDE＝∠BFE＝10 °

∠EDC＝40 °＝∠EAC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝30 °　よって　∠ADB＝40 °

161　解法 E，解法 G

162



E を∠DCE＝30 °

F を∠CBF＝20 °とする。

△BCF は 2 等辺三角形より　BC＝BF

△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE　よって　BF＝BE

∠EBF＝60 °　より　△EBF は正三角形　よって　FB＝FE

△FBD は 2 等辺三角形より　FB＝FD　よって　FE＝FD

∠DFE＝40 °　より　∠FDE＝∠FED＝70 °

よって　∠AED＝130 °

∠AED＋∠ACD＝180 °　より　ACDE は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝20 °　よって　∠ADB＝10 °

163

E を∠CBE＝20°とする。

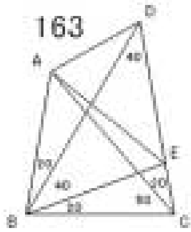
△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE

△BCA は 2 等辺三角形より　BC＝BA　よって　BE＝BA

∠ABE＝60°より　△ABE は正三角形　よって　EB＝EA

△EBD は 2 等辺三角形より　EB＝ED　よって　EA＝ED

∠AED＝40°より　∠ADE＝70°　よって　∠ADB＝30°



164

E を∠CDE＝20°

F を∠CEF＝50°

G を∠EBG＝20°とする。

△BEG は 2 等辺三角形より　BE＝BG

△BEF は 2 等辺三角形より　BE＝BF　ゆえに　BF＝BG

∠FBG＝60°より　△FBG は正三角形

△GBD は 2 等辺三角形より　GB＝GD　ゆえに　GF＝GD

∠FGD＝40°より　∠FDG＝70°

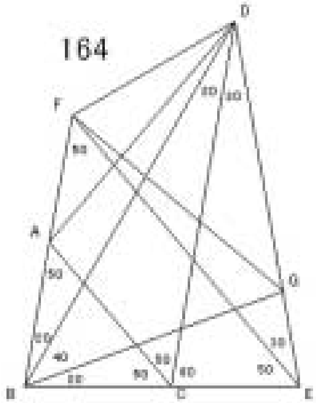
∠FDC＝50°＝∠FEC　より　FCED は同一円周上にある。

∠FDC＋∠FAC＝180°より　FACD は同一円周上にある。

よって　FACED は同一円周上にある。

よって　∠FCD＝∠FED＝30°　ゆえに　∠FCA＝20°

よって　∠FDA＝∠FCA＝20°　よって　∠ADB＝10°



165

E を∠BAE＝20°

F を∠BCF＝20°

G を∠CAG＝10°

H を∠AFH＝40°

I を AC 上で∠AHI＝50°（AF⊥HI）　とする。

△HAF は 2 等辺三角形より　HA＝HF

よって　△HAI≡△HFI　よって　∠HFI＝10°

∠IHF＝50°＝∠ICF　より　IFCH は同一円周上にある。

よって　∠HCI＝∠HFI＝10°

よって　∠HCF＝60°，∠HCG＝20°

∠HFC＝60°より　△FCH は正三角形　よって　FC＝FH

∠CHG＝20°より　△GCH は 2 等辺三角形

よって　GC＝GH　よって　△HFG≡△CFG

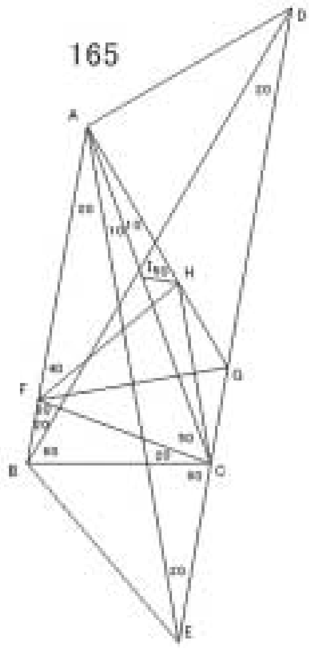
よって　∠HFG＝∠CFG＝30°　ゆえに　AE⊥FG

△GAE は 2 等辺三角形で，AE⊥FG より△FAE は 2 等辺三角形

よって　∠AEF＝20°　よって　∠CEF＝40°

△CEF は 2 等辺三角形より　CE＝CF

△CBF は 2 等辺三角形より　CB＝CF　ゆえに　CB＝CE

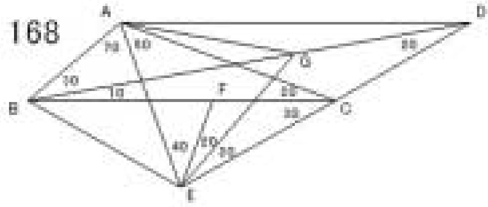


よって　∠CEB＝50°　よって　∠AEB＝30°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

166　解法 G

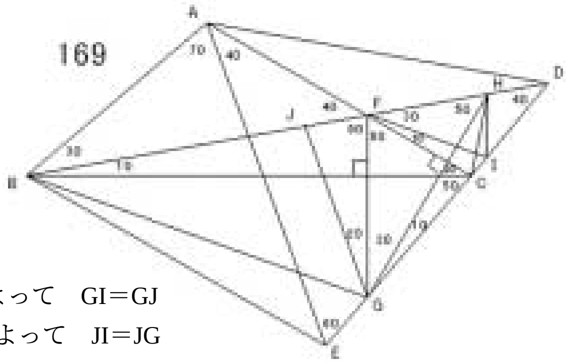
167　解法 E

168



E を∠BAE＝70°
F を∠AEF＝40°（AC⊥EF）
G を∠CEG＝20°とする。
△EAC は 2 等辺三角形より　EA＝EC
よって　△AEF≡△CEF　よって　∠EAF＝30°
∠ABF＝40°＝∠AEF　より　ABEF は同一円周上にある。
よって　∠EBF＝∠EAF＝30°　よって　∠AEB＝40°
△EAB は 2 等辺三角形より　EA＝EB
△EBG は 2 等辺三角形より　EB＝EG　ゆえに　EA＝EG
よって　△EAG は正三角形　ゆえに　GA＝GE
△GED は 2 等辺三角形より　GE＝GD　ゆえに　GA＝GD
∠AGD＝160°　より　∠ADG＝10°　よって　∠ADB＝10°

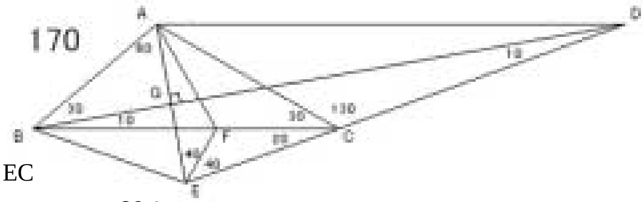
169



E を∠BAE＝70°
F を AC と BD の交点
G を∠BFG＝80°（BC⊥FG）
H を∠CGH＝10°（AC⊥GH）
I を∠CFI＝10°
J を∠FGJ＝20°とする。
△GFJ は 2 等辺三角形より　GF＝GJ
△GFI は 2 等辺三角形より　GF＝GI　よって　GI＝GJ
∠IGJ＝60°　より　△IGJ は正三角形　よって　JI＝JG
△JGH は 2 等辺三角形より　JG＝JH　よって　JI＝JH
∠HJI＝20°　より　∠HIJ＝∠IHJ＝80°　よって　∠CIH＝140°
∠CIH＋∠CFH＝180°　より　FCIH は同一円周上にある。
よって　∠CHI＝∠CFI＝10°　よって　∠GHC＝20°
∠CGH＝10°＝∠CBH　より　BGCH は同一円周上にある。
よって　∠GBC＝∠GHC＝20°　よって　∠ABG＝60°
∠GEA＝60°＝∠GBA　より　ABEG は同一円周上にある。
∠ABG＋∠AFG＝180°　より　ABGF は同一円周上にある。
よって　ABEGF は同一円周上にある。
よって　∠GAF＝∠GBF＝30°　よって　∠EAG＝10°
よって　∠EBG＝∠EAG＝10°　よって　∠EBC＝30°
△EAB は 2 等辺三角形より　EA＝EB

△EBD は 2 等辺三角形より　EB＝ED　よって　EA＝ED
∠AED＝60°　より　∠ADE＝60°　よって　∠ADB＝20°

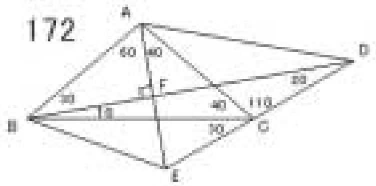
170



E を∠BAE＝60°
F を∠CEF＝40°（AC⊥EF）
G を BD と AE の交点とする。
△EAC は 2 等辺三角形より EA＝EC
よって　△EAF≡△ECF　よって　∠EAF＝20°
∠ABF＝40°＝∠AEF　より　ABEF は同一円周上にある。
よって　∠EBF＝∠EAF＝20°　よって　△BAE は正三角形　よって　△BAG≡△BEG
よって　AG＝EG, BG⊥AE　よって　△DAG≡△DEG　よって　∠ADB＝10°

171　解法 E

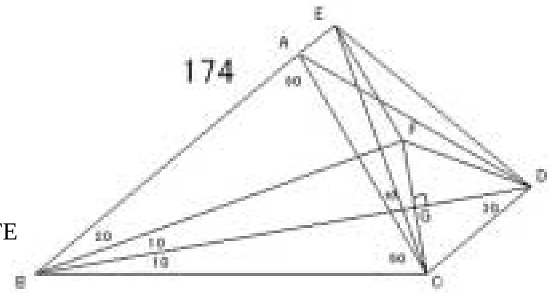
172



E を∠BAE＝60°（BD⊥AE）
F を BD と AE の交点　とする。
△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC
△ACE は 2 等辺三角形より　AE＝AC
よって　AB＝AE　よって　△ABE は正三角形
よって　△BAF≡△BEF　よって　AF＝EF
よって　△DAF≡△DEF　よって　∠ADB＝20°

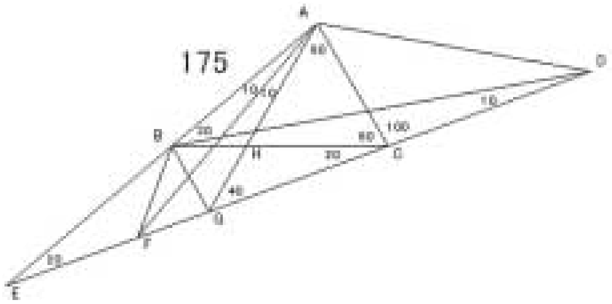
173　解法 G

174



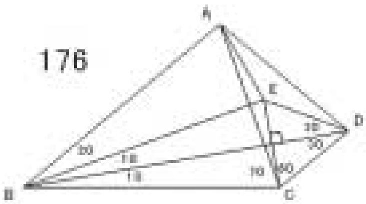
E を∠BCE＝70°
F を BD に関する C の対称点（BD⊥CF）
G を BD と CF の交点　とする。
△BCF は 2 等辺三角形より　BC＝BF
△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE
よって　△BCF≡△BFE　よって　CF＝FE
△BCG≡△BFG　より　CG＝FG
よって　△DCG≡△DFG
よって　DC＝DF，∠FDG＝30°　よって　△DCF は正三角形
よって　FD＝FC　よって　FD＝FE
∠DFE＝140°　より　∠FDE＝20°
∠CDE＋∠CAE＝180°　より　EACD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝40°

175



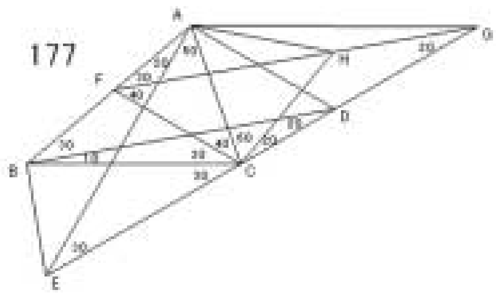
E を AB と CD の交点
F を∠BAF＝10°
G を∠CAG＝60°
H を BC と AG の交点　とする。
∠BAG＝20°＝∠BCG　より
ABGC は同一円周上にある。
よって
∠BGA＝∠BCA＝60°,
∠GBC＝∠GAC＝60°　よって　△GBH は正三角形
△EAC は 2 等辺三角形より　EA＝EC
△HAC は 2 等辺三角形より　HA＝HC
よって　△EAH≡△ECH　よって　∠AEH＝∠CEH＝10°
△FAE と△HAE において　∠FAE＝10°＝∠HEA,　∠FEA＝20°＝∠HAE
よって　△FAE≡△HEA　よって　FE＝HA
△GAE は 2 等辺三角形より　GE＝GA　よって　GF＝GH
△GBH は正三角形より　GH＝GB　よって　GB＝GF
∠BGF＝80°　より　∠BFG＝50°
∠AFG＝30°　より　∠BFA＝20°
∠BAF＝10°＝∠BDF　より　ABFD は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AFB＝20°

176



E を BD に関して C の対称点とする。
△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE
△BCA は 2 等辺三角形より　BC＝BA　よって　BE＝BA
よって　△BCE≡△BEA　よって　EC＝EA
△CDE は正三角形より　ED＝EC　よって　ED＝EA
∠DEA＝140°　より　∠EDA＝20°　よって　∠ADB＝50°

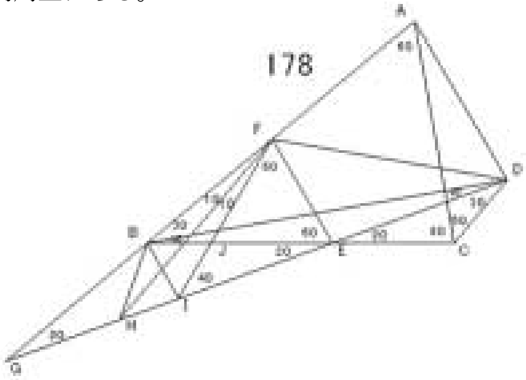
177



E を∠BAE＝20°
F を∠BCF＝30°
G を∠AFG＝30°
H を∠ACH＝60°とする。
△CAF は 2 等辺三角形より　CA＝CF
△CFH は 2 等辺三角形より　CF＝CH
よって　CA＝CH
∠ACH＝60°　より　△ACH は正三角形
△HCG は 2 等辺三角形より　HC＝HG　よって　HG＝HA
∠AHG＝160°　より　∠AGH＝10°
∠FAE＝20°＝∠FGE　より　AFEG は同一円周上にある。

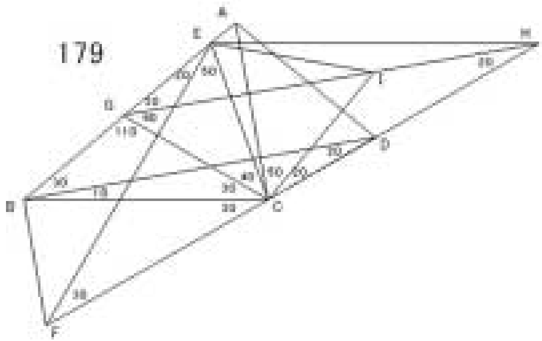
よって　∠AEF＝∠AGF＝10°　よって　∠FEC＝40°
∠FEC＝40°＝∠FBC　より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝30°　よって　∠AEB＝40°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

178



E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝60°
G を AB と DE の交点
H を∠BFH＝10°
I を∠EFI＝60°
J を BE と FI の交点　とする。
∠BFI＝20°＝∠BEI　より
FBIE は同一円周上にある。
よって　∠BIF＝∠BEF＝60°, ∠IBE＝∠IFE＝60°　よって　△BIJ は正三角形
△GFE は 2 等辺三角形より　GF＝GE
△JFE は 2 等辺三角形より　JF＝JE
よって　△GFJ≡△GEJ　よって　∠FGJ＝∠EGJ＝10°
△HGF と△JFG において　∠HGF＝20°＝∠JFG, ∠HFG＝10°＝∠JGF
よって　△HGF≡△JFG　よって　HG＝JF
△IGF は 2 等辺三角形より　IG＝IF　よって　IH＝IJ
△IJB は正三角形より　IJ＝IB　よって　IH＝IB
∠BIH＝80°　より　∠BHI＝50°
∠FHE＝30°　より　∠FHB＝20°
∠BFH＝10°＝∠BDH　より　FBHD は同一円周上にある。
よって　∠FDB＝∠FHB＝20°　よって　∠FDC＝60°
∠FDC＝60°＝∠FAC　より　AFCD は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FEC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。
よって　AFECD は同一円周上にある。
よって　∠AED＝∠ACD＝50°　よって　∠AEF＝50°
よって　∠ADF＝∠AEF＝50°　よって　∠ADB＝70°

179

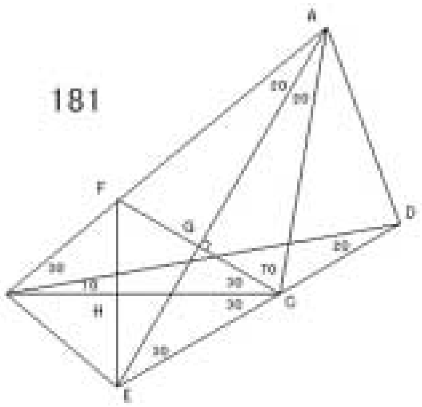


E を∠BCE＝70°
F を∠BEF＝20°
G を∠BCG＝30°
H を∠AGH＝30°
I を∠DCI＝20°とする。
△CEG は 2 等辺三角形より　CE＝CG
△CGI は 2 等辺三角形より
CG＝CI　ゆえに　CE＝CI

∠ECI＝60°　より　△ECI は正三角形　よって　IC＝IE
△ICH は 2 等辺三角形より　IH＝IC　ゆえに　IE＝IH
∠EIH＝160°　より∠EHI＝10°
∠GEF＝20°＝∠GHF　より　EGFH は同一円周上にある。
よって∠EFG＝∠EHG＝10°　よって　∠GFC＝40°
∠GFC＝40°＝∠GBC　より　GBFC は同一円周上にある。
よって　∠GFB＝∠GCB＝30°　ゆえに　∠EFB＝40°
∠BEF＝20°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝40°　よって　∠EDC＝60°
∠EAC＝60°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝50°

180　解法 B

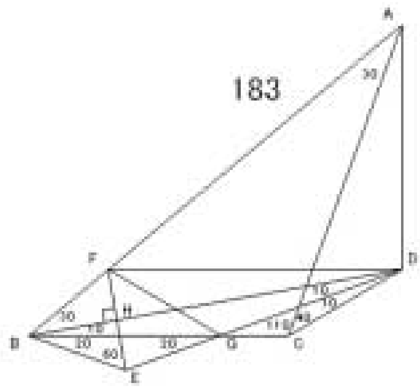
181



E を∠BAE＝20°
F を∠BCF＝30°（AE⊥CF）
G を AE と FC の交点
H を BC と EF の交点　とする。
△ACG≡△AFG　より　CG＝FG
よって　△ECG≡△EFG　よって　∠FEG＝30°
よって　△FEC は正三角形
よって　△CEH≡△CFH　よって　EH＝FH,BC⊥FE
よって　△BEH≡△BFH　よって　∠BEH＝50°
よって　∠BEA＝80°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝80°

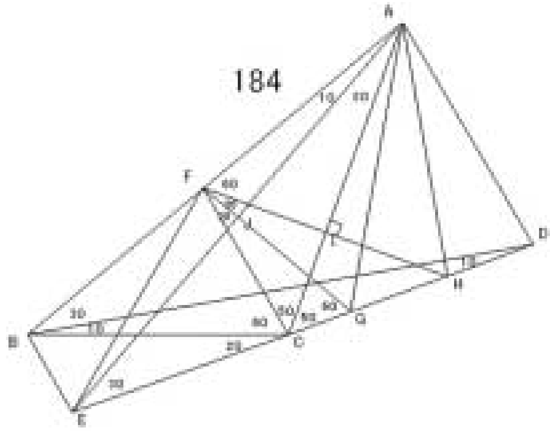
182　解法 F

183



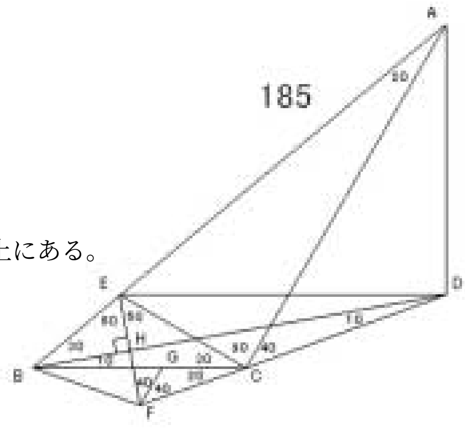
E を∠BDE＝10°と∠CBE＝20°の交点
F を∠BEF＝60°（BD⊥FE）
G を BC と DE の交点
H を BD と EF の交点　とする。
△BEH≡△BFH　より　EH＝FH
よって　△DEH≡△DFH　よって　∠FDH＝10°
△EBG は 2 等辺三角形より　EB＝EG
△BEF は正三角形より　EF＝EB　よって　EF＝EG
∠FED＝80°　より　∠EGF＝50°　よって　∠BGF＝30°　よって　∠FGC＝150°
∠FAC＋∠FGC＝180°　より　AFGC は同一円周上にある。
∠FAC＝30°＝∠FDC　より　AFCD は同一円周上にある。
よって　AFGCD は同一円周上にある。　よって　∠ADG＝∠ACG＝110°
よって　∠ADB＝100°

184



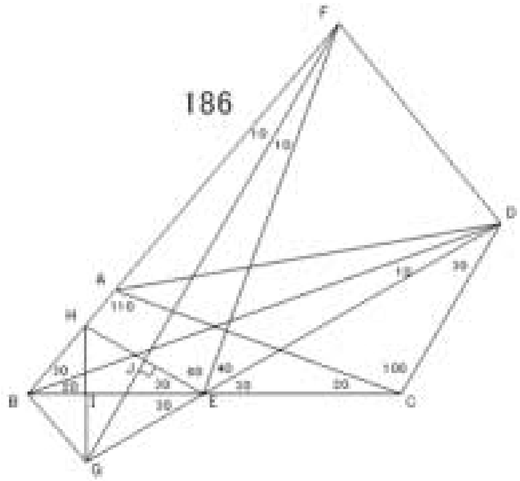
Eを∠BAE＝10°
Fを∠BCF＝60°
Gを∠AFG＝80°（AE⊥FG）
Hを∠AFH＝60°（AC⊥FH）
IをFHとACの交点
JをFGとAEの交点　とする。
△CFI≡△CHI　より　FI＝HI
よって　△AFI≡△AHI
よって　△AFHは正三角形
∠FAH＋∠FGH＝180°　より
AFGHは同一円周上にある。
よって　∠GAH＝∠GFH＝20°　よって　∠CAG＝10°　よって　∠GAJ＝30°
△GAJ≡△GEJ　より　AJ＝EJ　よって　△FAJ≡△FEJ　よって　∠FEJ＝10°
よって　∠FEC＝40°
∠FBC＝40°＝∠FEC　より　FBECは同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝60°　よって　∠AEB＝70°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝70°

185



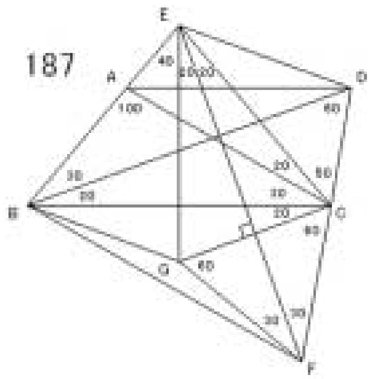
Eを∠BCE＝30°
Fを∠BEF＝60°（BD⊥EF）
Gを∠CFG＝40°（CE⊥FG）
HをBDとEFの交点とする。
△FCEは2等辺三角形より　FC＝FE
よって　△FCG≡△FEG　よって　∠FEG＝20°
∠EBG＝40°＝∠EFG　より　EBFGは同一円周上にある。
よって　∠FBG＝∠FEG＝20°
よって　△BEFは正三角形
△BEH≡△BFH　より　EH＝FH
よって　△DEH≡△DFH
よって　∠EDB＝10°
∠EAC＝20°＝∠EDC　より　AECDは同一円周上にある。
よって　∠ADE＝ACE＝90°　よって　∠ADB＝100°

186



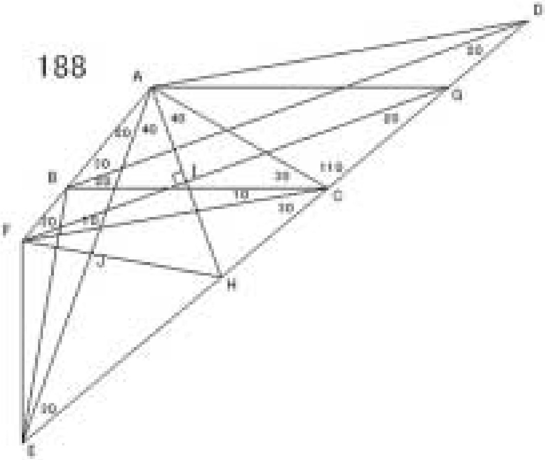
E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝110°
G を∠BFG＝10°
H を∠BEH＝30°（FG⊥EH）
I を BC と HG の交点
J を HE と FG の交点　とする
△FEJ≡△FHJ　より　EJ＝HJ
よって　△GEJ≡△GHJ
よって　△GEH は正三角形
よって　△EHI≡△EGI
よって　HI＝GI, BE⊥HG
よって　△BHI≡△BGI
よって　∠BGI＝40°　よって　∠FGB＝70°
∠BFG＝10°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。
よって　∠FDB＝∠FGB＝70°
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FEC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。
よって　FAECD は同一円周上にある。　よって　∠ADE＝∠ACE＝20°
よって　∠ADB＝10°

187



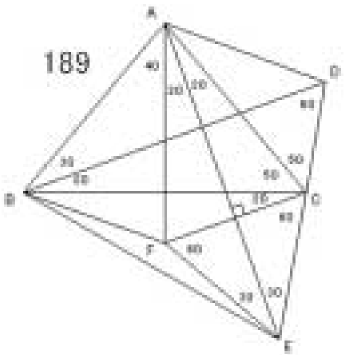
E を∠ACE＝20°
F を∠BEF＝60°
G を EF に関する C の対称点　とする。
△FCG は正三角形である。よって　GF＝GC
△ECG は２等辺三角形より　EC＝EG
△EBC は２等辺三角形より　EB＝EC
よって　EB＝EG　よって　△ECG≡△EGB
よって　GC＝GB　ゆえに　GB＝GF
∠BGF＝160°　より　∠GFB＝10°　よって　∠EFB＝40°
∠BEF＝60°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝40°　よって　∠EDC＝100°
∠EDC＋∠EAC＝180°　より　EACD は同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝20°　よって　∠ADB＝20°

188



Eを∠BAE＝20°
Fを∠BCF＝10°
Gを∠CFG＝10°
Hを∠BAH＝60°（FG⊥AH）
IをAHとFGの交点　とする。
△AHCは2等辺三角形より　AH＝AC
△AFCは2等辺三角形より
AF＝AC　よって　AF＝AH
∠FAH＝60°　より　△AFHは正三角形
よって　△FAI≡△FHI
よって　AI＝HI　よって　△GAI≡△GHI
よって∠AGI＝20°, ∠GAI＝70°　よって　∠GAC＝30°
∠AFG＝30°＝∠AEG　より　AFEGは同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠AGF＝20°, ∠GFE＝∠GAE＝110°　よって　∠BFE＝140°
∠BFE＋∠BCE＝180°　より　BFECは同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝10°　ゆえに　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

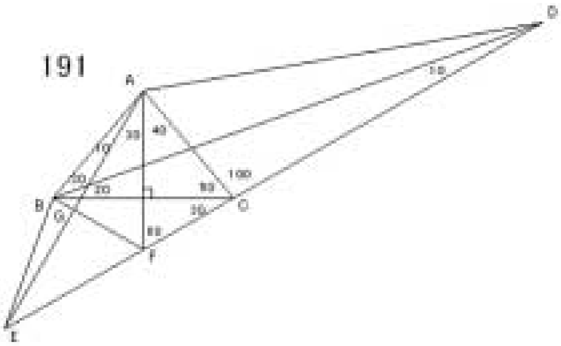
189



Eを∠BAE＝60°
FをAEに関するCの対称点　とする。
△ACFは2等辺三角形より　AC＝AF
△ACBは2等辺三角形より　AC＝AB
よって　AF＝AB
よって　△ACF≡△AFB　よって　FC＝FB
△EFCは正三角形より　FE＝FC　よって　FB＝FE
∠BFE＝160°　より　∠FEB＝10°　よって　∠AEB＝40°
∠BAE＝60°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

190　解法E

191



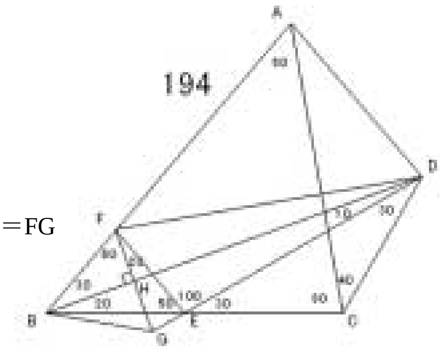
Eを∠BAE＝10°
Fを∠BAF＝40°（AF⊥BC）
GをAEとBFの交点　とする。
△ABCは2等辺三角形より　AB＝AC
∠BAF＝∠CAF＝40°　より
△ABF≡△ACF　よって　∠AFB＝60°
よって　∠EFG＝60°
よって　△FAG≡△FEG

よって　AG＝EG, AE⊥FB　よって　△BAG≡△BEG　よって　∠BEG＝10°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
∠ADB＝∠AEB＝10°

192　解法 G

193　解法 B

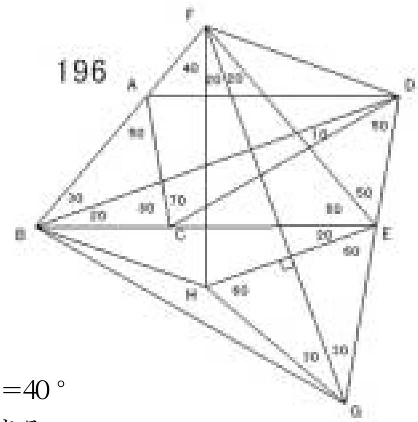
194



E を∠BDE＝10°
F を∠BEF＝50°
G を∠BFG＝60°（BD⊥FG）
H を BD と FG の交点とする。
△FEG は 2 等辺三角形より　FE＝FG
△FBE は 2 等辺三角形より　FE＝FB　よって　FB＝FG
∠BFG＝60°より　△BFG は正三角形
よって　△BFH≡△BGH　よって　FH＝GH
よって　△DFH≡△DGH
よって　∠FDH＝10°　よって　∠FDC＝50°
∠FAC＝50°＝∠FDC　より　AFCD は同一円周上にある。
∠FAC＋∠FEC＝180°　より　AFEC は同一円周上にある。
よって　AFECD は同一円周上にある。　よって　∠CAD＝∠CED＝30°
よって　∠ADB＝70°

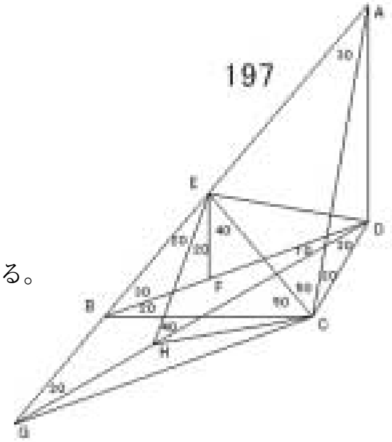
195　解法 F

196



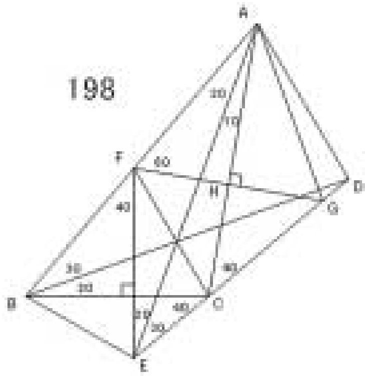
E を∠CDE＝50°
F を∠CEF＝50°
G を∠EFG＝20°
H を FG に関する G の対称点　とする。
△GEH は正三角形である。よって　HG＝HE
△FEH は 2 等辺三角形より　FE＝FH
△FEB は 2 等辺三角形より　FE＝FB
よって　FB＝FH　よって　△FEH≡△FHB
よって　HE＝HB　よって　HG＝HB
∠BHG＝160°より　∠HGB＝10°　よって　∠FGB＝40°
∠BFG＝60°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。
よって　∠FDB＝∠FGB＝40°　よって　∠FDC＝50°
∠FEC＝50°＝∠FDC　より　FCED は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
よって　FACED は同一円周上にある。
よって　∠FCD＝∠FED＝50°　よって　∠FCA＝20°　よって　∠FDA＝∠FCA＝20°
よって　∠ADB＝20°

197



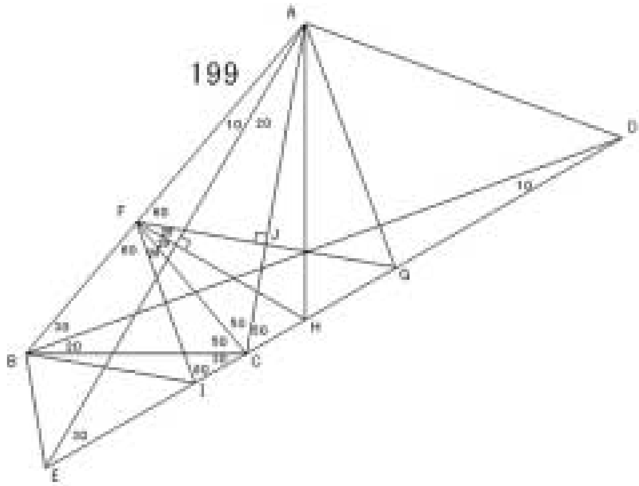
Eを∠BCE＝50°
Fを∠CEF＝40°（BC⊥EF）
Gを∠BDG＝10°
Hを∠BEH＝20°とする。
△EBCは2等辺三角形より　EB＝EC
よって　△EBF≡△ECF　よって　∠ECF＝30°
∠FEC＝40°＝∠FDC　より　EFCDは同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝30°
よって　∠CED＝40°，∠DEA＝60°
△ECDは2等辺三角形より　EC＝ED
△EHDは2等辺三角形より　EH＝ED
よって　EC＝EH
よって　△ECHは正三角形　よって　HC＝HE
△HEGは2等辺三角形より　HE＝HG　よって　HC＝HG
∠CHG＝160°　より　∠HCG＝10°　よって　∠ACG＝120°
∠GAC＝30°＝∠GDC　より　AGCDは同一円周上にある。
よって　∠ADG＝∠ACG＝120°　よって　∠ADB＝110°

198



Eを∠BAE＝20°
Fを∠AEF＝20°（BC⊥EF）
Gを∠AFG＝60°（AC⊥FG）
HをACとFGの交点　とする。
△FAEは2等辺三角形より　FA＝FE
∠EFG＝80°　より　△FEGは2等辺三角形
よって　FG＝FE　ゆえに　FA＝FG
∠AFG＝60°　より　△AFGは正三角形
△AFH≡△AGH　より　FH＝GH
よって　△CFH≡△CGH　ゆえに　∠FCH＝40°
よって　∠FCB＝60°
∠BFE＝40°＝∠BCE　より　FBECは同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝60°　ゆえに　∠AEB＝80°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝80°

199



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝50°

G を∠AFG＝60°（AC⊥FG）

H を∠AFH＝80°（AE⊥FH）

I を∠BFI＝60°

J を AC と FG の交点　とする。

△CFJ≡△CGJ　より　FJ＝GJ

よって　△AFJ≡△AGJ

よって　△AFG は正三角形

∠AGH＋∠AFH＝180°　より

AFHG は同一円周上にある。

よって　∠HAG＝∠HFG＝20°

よって　∠CAH＝10°　よって　∠HAE＝30°

△HAE は 2 等辺三角形で　AE⊥FH　より　△FAE は 2 等辺三角形

よって　∠FEA＝10°　よって　∠FEI＝40°

△FBC は 2 等辺三角形より　FB＝FC

△FCI は 2 等辺三角形より　FC＝FI　よって　FB＝FI

∠BFI＝60°　より　△BFI は正三角形　よって　IF＝IB

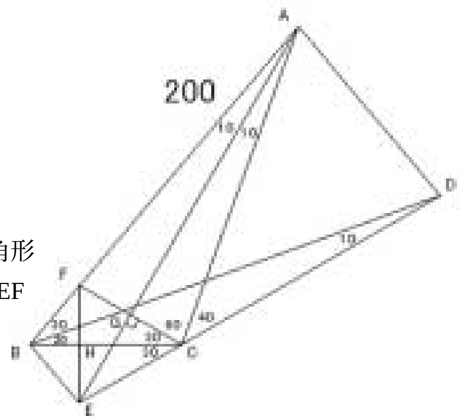
∠IEF＝40°, ∠IFE＝40°　より　IE＝IF　よって　IE＝IB

∠BIE＝40°　より　∠IEB＝70°　よって　∠AEB＝40°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

200



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝30°（AE⊥CF）

G を AE と FC の交点

H を BC と EF の交点とする。

△ACG≡△AFG　より　CG＝FG

よって　△ECG≡△EFG　よって　△ECF は正三角形

よって　△CEH≡△CFH　よって　EH＝FH, BC⊥EF

よって　△BEH≡△BFH

よって　∠BEH＝∠BFH＝40°

よって　∠AEB＝70°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝70°

201　解法 C

202　解法 C

203　解法 A

204　解法 A

205　解法 A

206　解法 A

207　解法 A，解法 G

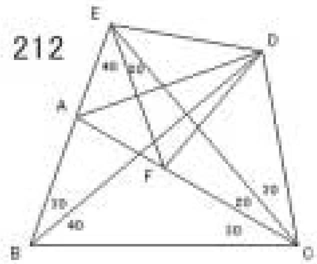
208　解法 A

209　解法 A

210　解法 D

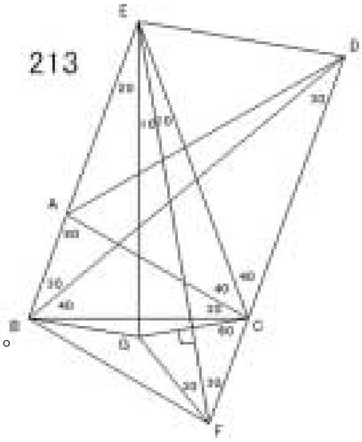
211　解法 D

212



E を∠ACE＝20°
F を∠CEF＝20°とする。
△FCE は2等辺三角形で，∠CFE＝2×∠CBE　より
F は△BCE の外心である。よって　FB＝FC＝FE
∠EBD＝30°＝∠ECD　より　EBCD は同一円周上にある。
よって　FB＝FC＝FD＝FE
△FCD は2等辺三角形より　∠CFD＝80°
∠AFE＝40°　より　∠DFE＝60°
よって　△DEF は正三角形　よって　DE＝DF
△AEF は2等辺三角形より　AE＝AF
よって　△EAD≡△FAD
よって　∠EAD＝∠FAD＝50°
∠EAD＝∠ABD＋∠ADB　より　∠ADB＝20°

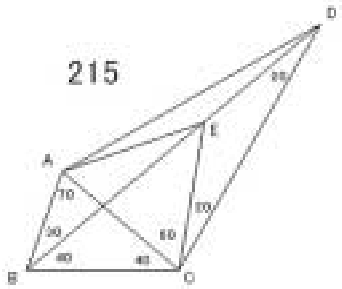
213



E を∠DCE＝40°
F を∠CEF＝10°
G を EF に関する C の対称点とする。
△ECG は2等辺三角形より　EC＝EG
△ECB は2等辺三角形より　EC＝EB
よって　EG＝EB
よって　△ECG≡△EBG　よって　GC＝GB
△FCG は正三角形より　GC＝GF　よって　GB＝GF
∠BGF＝140°　より　∠BFG＝20°　よって　∠EFB＝50°
∠BEF＝30°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝50°　よって　∠EDC＝80°
∠EAC＋∠EDC＝180°　より　ACDE は同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝40°　よって　∠ADB＝10°

214　解法 F

215



E を∠DCE＝30°　とする。

△CAB は 2 等辺三角形より　CA＝CB

△CBE は 2 等辺三角形より　CB＝CE　よって　CA＝CE

∠ACE＝60°　より　△ACE は正三角形

よって　EA＝EC

△ECD は 2 等辺三角形より　EC＝ED　よって　EA＝ED

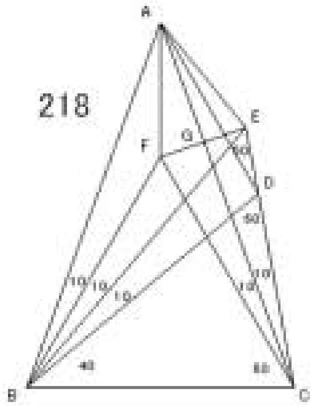
∠AED＝160°　より　∠ADE＝10°

よって　∠ADB＝10°

216　解法 B

217　解法 G

218



E を∠ABE＝20°

F を∠BCF＝60°と∠CBF＝60°の交点

G を AC と EF の交点　とする。

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

△FBC は正三角形より　FB＝FC

よって　△ABF≡△ACF　よって　∠BAF＝∠CAF＝20°

△CBE は 2 等辺三角形より　CB＝CE

△CBF は正三角形より　CB＝CF　よって　CE＝CF

よって　△CEG≡△CFG　よって　EG＝FG, AC⊥EF

よって　△AEG≡△AFG　よって　∠EAG＝∠FAG＝20°

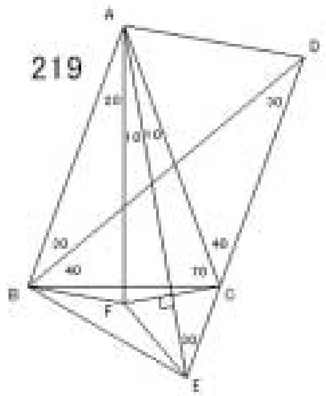
よって　∠BAE＝60°

∠AEG＝70°, ∠FEB＝30°　より　∠AEB＝100°

∠BAE＋∠BDE＝180°　より　ABDE は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝100°

219



E を∠BAE＝30°

F を AE に関する C の対称点とする。

△ACF は 2 等辺三角形より　AC＝AF

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC　よって　AB＝AF

よって　△ABF≡△ACF　よって　FB＝FC

△ECF は正三角形より　FC＝FE　よって　FB＝FE

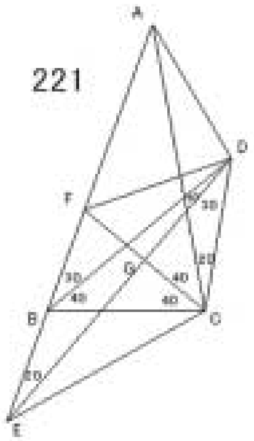
∠BFE＝140°　より　∠BEF＝20°　よって　∠AEB＝50°

∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝50°

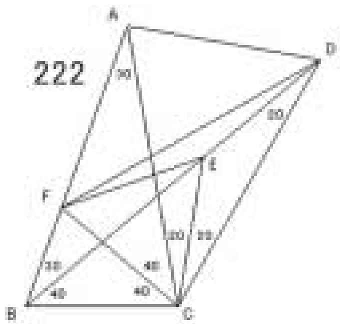
220　解法 E

221



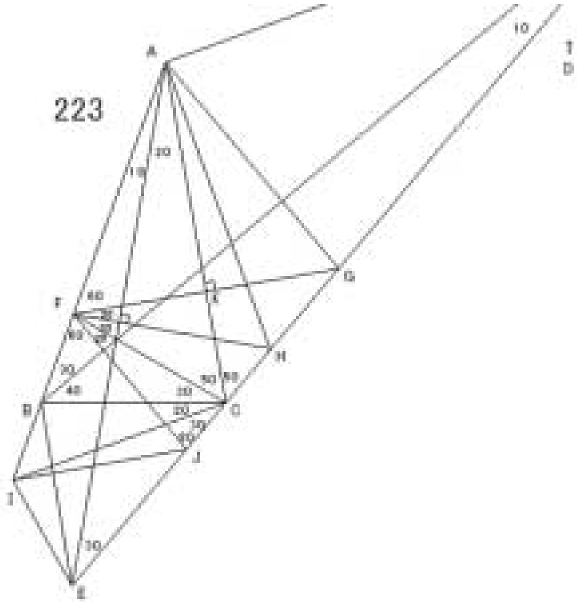
E を∠CDE＝30°
F を∠BCF＝40°
G を DE と CF の交点とする。
△CBF は２等辺三角形より　CB＝CF
△CBD は２等辺三角形より　CB＝CD　よって　CF＝CD
∠DCF＝60°　より　△CDF は正三角形
よって　△DCG≡△DFG　よって　CG＝FG, CF⊥DE
よって　△ECG≡△EFG　よって　∠CEG＝20°
よって　∠ECG＝70°　よって　∠ECA＝110°
∠AED＝20°＝∠ACD　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝110°　よって　∠ADB＝100°

222



E を∠ACE＝20°
F を∠BCF＝40°とする。
△CBF は２等辺三角形より　CB＝CF
△CBE は２等辺三角形より　CB＝CE　よって　CF＝CE
∠ECF＝60°　より　△CEF は正三角形　よって　EC＝EF
△ECD は２等辺三角形より　EC＝ED　よって　EF＝ED
∠DEF＝160°　より　∠EDF＝10°
よって　∠CDF＝30°＝∠CAF
よって　AFCD は同一円周上にある。
よって　∠ADF＝∠ACF＝40°　よって　∠ADB＝50°

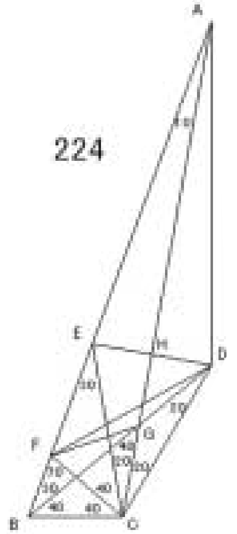
223



E を∠BAE＝10°
F を∠BCF＝30°
G を∠AFG＝60°（AC⊥FG）
H を∠AFH＝80°（AE⊥FH）
I を∠BCI＝20°
J を∠BFJ＝60°
K を AC と FG の交点　とする。
△CFK≡△CGK より　FK＝GK
よって　△AFK≡△AGK
よって　△AFG は正三角形
よって　∠AGH＝100°
∠AFH＋∠AGH＝180°　より
AFHG は同一円周上にある。
よって　∠HAG＝∠HFG＝20°
よって　∠CAH＝10°
よって　∠HAE＝30°

△HAE は 2 等辺三角形で　AE⊥HF　より　△FAE は 2 等辺三角形
よって　∠AEF＝10°　よって　∠EFJ＝40°
△FCJ は 2 等辺三角形より　FC＝FJ
△FCI は 2 等辺三角形より　FC＝FI　ゆえに　FI＝FJ
∠IFJ＝60°　より　△IFJ は正三角形　よって　JF＝JI
∠JEF＝40°, ∠JFE＝40°　より　JE＝JF　よって　JI＝JE
∠EJI＝40°　より　∠JEI＝70°
∠IBC＋∠IEC＝180°　より　BIEC は同一円周上にある。
よって　∠BEI＝∠BCI＝20°　よって　∠AEB＝20°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

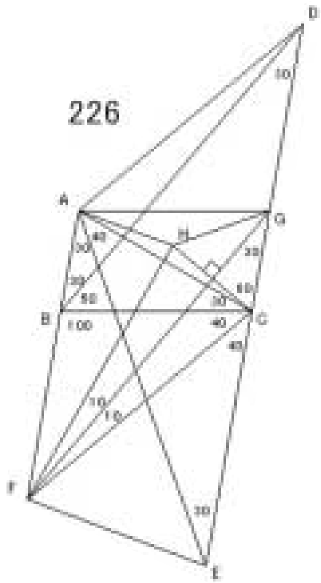
224



E を∠BCE＝80°
F を∠BCF＝40°
G を AC と BD の交点
H を AC と DE の交点とする。
△CBF は 2 等辺三角形より　CB＝CF
△CBG は 2 等辺三角形より　CB＝CG　よって　CF＝CG
∠FCG＝60°　より　△CFG は正三角形　よって　GF＝GC
△GCD は 2 等辺三角形より　GC＝GD　よって　GF＝GD
∠FGD＝160°　より　∠GDF＝10°
∠CDF＝30°＝∠CEF　より　EFCD は同一円周上にある。
よって　∠CED＝∠CFD＝70°, ∠EDF＝∠ECF＝40°
よって　AC⊥ED
△CDH≡△CEH　より　DH＝EH　よって　△ADH≡△AEH
よって　∠HAD＝10°, ∠ADH＝80°
よって　∠ADB＝∠ADH＋∠EDF＋∠GDF＝130°

225　解法 F

226

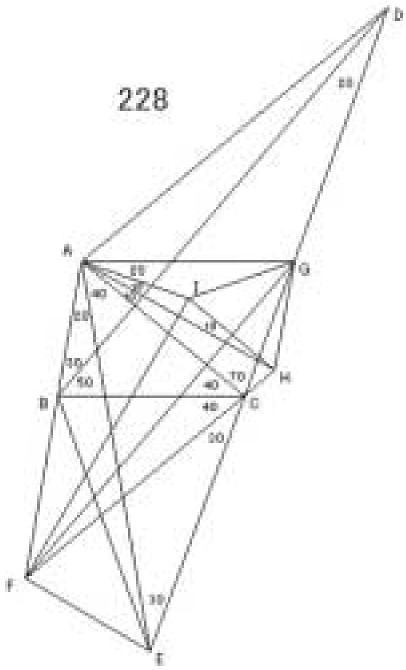


E を∠BAE＝30°
F を∠BCF＝40°
G を∠CFG＝10°
H を FG に関する C の対称点　とする。
△FAC は 2 等辺三角形より　FA＝FC
△FCH は 2 等辺三角形より　FC＝FH　ゆえに　FH＝FA
よって　△FHA＝△FCH　ゆえに　HA＝HC
△GCH は正三角形より　HG＝HC　ゆえに　HA＝HG
∠AHG＝140°　より　∠AGH＝20°　ゆえに　∠AGF＝50°
∠AFG＝30°＝∠AEG　より　AFEG は同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠AGF＝50°

∠FEC＋∠FBC＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝40°　ゆえに　∠AEB＝10°
∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって∠ADB＝∠AEB＝10°

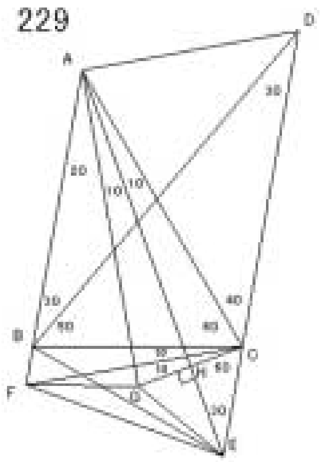
227　解法 B

228



E を∠BAE＝20°
F を∠BCF＝40°
G を∠CAG＝40°
H を∠CAH＝10°
I を∠AHI＝10°と∠HAI＝10°の交点　とする。
△IAH は 2 等辺三角形より　IA＝IH
△FAH は 2 等辺三角形より　FA＝FH
よって　△AFI≡△HFI
よって∠AFI＝∠HFI＝20°, ∠AIF＝∠HIF＝80°
∠HAG＝30°＝∠HCG　より
ACHG は同一円周上にある。　よって
∠AHG＝∠ACG＝70°, ∠HGC＝∠HAC＝10°
よって　∠AGH＝80°
△IAH は 2 等辺三角形で，∠AIH＝ 2 ×∠AGH より
I は△AGH の外心である。　よって　IG＝IH
∠GIH＝ 2 ×∠GAH＝60°　より　△IGH は正三角形　よって　GH＝GI
△FHI は 2 等辺三角形より　FH＝FI　よって　△HFG≡△IFG
よって　∠HGF＝30°, ∠HFG＝10°　よって　∠AGF＝50°
∠AFG＝30°＝∠AEG　より　AFEG は同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠AGF＝50°　よって　∠FEC＝80°
∠FEC＋∠FBC＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝40°　よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

229



E を∠BAE＝30°
F を∠BCF＝10°
G を AE に関する C の対称点（AE⊥CG）
H を AE と CG の交点　とする。
△ACG は 2 等辺三角形より　AC＝AG
△ACF は 2 等辺三角形より　AC＝AF　よって　AG＝AF
よって　△ACG≡△AGF　ゆえに　GC＝GF
△ACH≡△AGH　より　CH＝GH
よって　△ECH≡△EGH　よって　△ECG は正三角形

よって　GC＝GE　よって　GF＝GE

∠FGE＝140°　より　∠FEG＝20°　よって　∠CEF＝80°

∠CEF＋∠CBF＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。

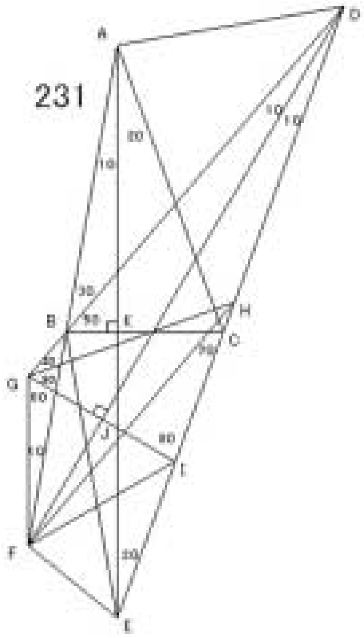
よって　∠BEF＝∠BCF＝10°　よって　∠AEB＝40°

∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

230　解法 G

231



E を∠BAE＝10°（BC⊥AE）

F を∠BDF＝10°

G を∠BFG＝10°

H を∠BGH＝30°

I を∠BGI＝80°（DF⊥GI）

J を DF と GI の交点

K を BC と AE の交点　とする。

△CAK≡△CEK　より　AK＝EK

よって　△BAK≡△BEK

よって　∠BEK＝10°　よって　∠FBE＝20°

△DGJ≡△DIJ　より　GJ＝IJ　よって　△FGJ≡△FIJ

よって　△FGI は正三角形　よって　IG＝IF

△IGH は２等辺三角形より　IG＝IH　ゆえに　IF＝IH

∠FIH＝140°　より　∠IFH＝20°　よって　∠BFH＝30°

∠BEH＝30°＝∠BFH＝∠BGH　より　BGFEH は同一円周上にある。

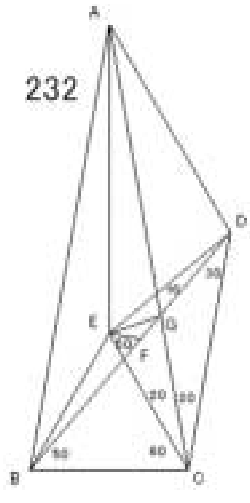
よって　∠BHG＝∠BFG＝10°　よって　∠BHF＝40°

よって　∠BEF＝∠BHF＝40°　よって　∠AEF＝50°

∠FAE＝10°＝∠FED　より　AFED は同一円周上にある。

よって　∠ADF＝∠AEF＝50°　よって　∠ADB＝40°

232



E を∠BCE＝60°, ∠BDE＝10°の交点

F を∠CEF＝50°（EF⊥CD）

G を AC と BD の交点　とする。

△ECD は２等辺三角形より　EC＝ED　よって　△EDF≡△ECF

よって　∠ECF＝10°

∠CEF＝50°＝∠CBF　より　EBCF は同一円周上にある。

よって　∠EBF＝∠ECF＝10°　よって　∠EBC＝60°

よって　△EBC は正三角形　よって　EB＝EC

△ABC は２等辺三角形より　AB＝AC　よって　△ABE≡△ACE

よって　∠BAE＝∠CAE＝10°

△CBG は２等辺三角形より　CB＝CG　よって　CE＝CG

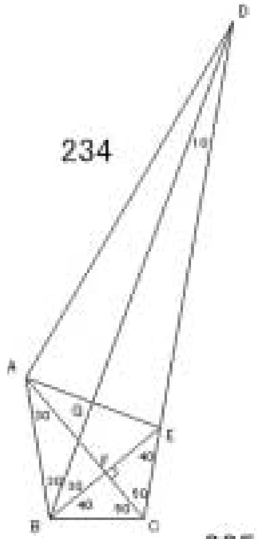
よって　∠CGE＝80°　よって　∠AGE＝100°

∠EAG＝10°＝∠EDG より AEGD は同一円周上にある。
よって ∠ADE＝∠AGE＝100° よって ∠ADB＝110°

233 解法 E

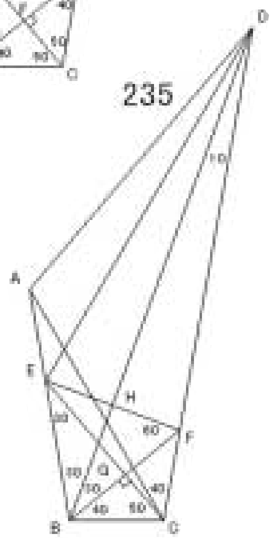
234

E を∠CBE＝40°（AC⊥BE）
F を AC と BE の交点
G を AE と BD の交点とする。
△CBF≡△CEF より BF＝EF
よって △ABF≡△AEF よって △ABE は正三角形
よって △BAG≡△BEG よって AG＝EG, AE⊥BD
よって △DAG≡△DEG よって ∠ADG＝10°
よって ∠ADB＝10°



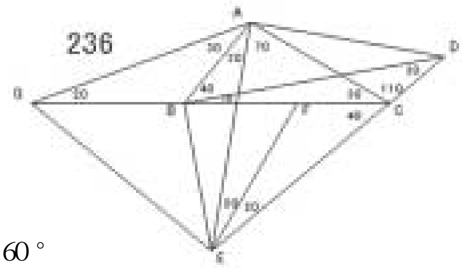
235

E を∠BCE＝50°
F を∠CBF＝40°（CE⊥BF）
G を CE と BF の交点
H を BD と EF の交点 とする。
△CBG≡△CFG より BG＝FG
よって △EBG≡△EFG よって △EBF は正三角形
よって △BEH≡△BFH よって EH＝FH, EF⊥BD
よって △DEH≡△DFH よって ∠EDH＝10°, ∠DEH＝80°
よって ∠AED＝40°
∠AED＝40°＝∠ACD より AECD は同一円周上にある。
よって ∠ADE＝∠ACE＝10° よって ∠ADB＝20°



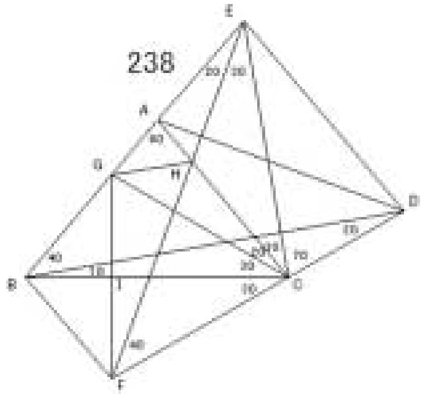
236

E を∠BAE＝30°
F を∠CEF＝20°（AC⊥EF）
G を∠BAG＝30°とする。
△EAC は 2 等辺三角形より EA＝EC
よって △EAF≡△ECF よって ∠EAF＝40°
∠AGF＝20°＝∠AEF より
AGEF は同一円周上にある。
よって ∠EGF＝∠EAF＝40° よって ∠AGE＝60°
よって △AGE は正三角形 よって AG＝AE
よって △AGB≡△AEB よって ∠AEB＝20°
∠BAE＝30°＝∠BDE より ABED は同一円周上にある。
よって ∠ADB＝∠AEB＝20°



237　解法 E，解法 G

238



E を∠DCE＝70°

F を∠BEF＝20°

G を∠ACG＝20°

H を AC と EF の交点

I を BC と GF の交点とする。

△GCE は 2 等辺三角形より　GC＝GE

△HCE は 2 等辺三角形より　HC＝HF

よって　△GCH≡△GEH

よって　∠CGH＝∠EGH＝40°

∠CGH＝40°＝∠CFH　より　HGFC は同一円周上にある。

よって　∠GFH＝∠GCH＝20°　よって　△CFG は正三角形

よって　△CFI≡△CGI　よって　FI＝GI, FG⊥BC

よって　△BFI≡△BGI　よって　∠BFI＝∠BGI＝40°　よって　∠BFE＝60°

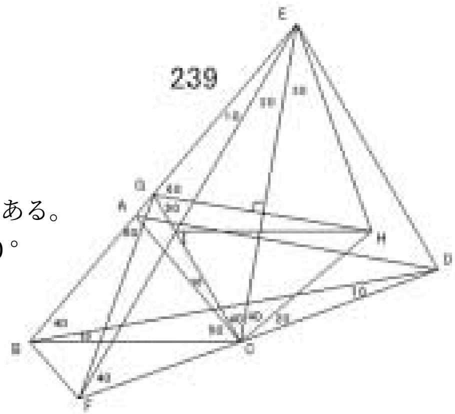
∠BEF＝20°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。

よって　∠BDE＝∠BFE＝60°　よって　∠CDE＝80°

∠CAE＋∠CDE＝180°　より　ACDE は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝30°　よって　∠ADB＝30°

239



E を∠DCE＝60°

F を∠BEF＝10°

G を∠BCG＝60°

H を CE に関する G の対称点

I を EF と GC の交点　とする。

∠IGH＝50°＝∠IEH　より　GIHE は同一円周上にある。

よって　∠HIE＝∠HGE＝60°，∠IHG＝∠IEG＝10°

よって　∠HIC＝60°　よって　∠CIF＝60°

よって　△HIC≡△FIC　よって　CH＝CF

△CGH は 2 等辺三角形より　CH＝CG

よって　CF＝CG

∠FCG＝80°　より　∠CFG＝50°　よって　∠EFG＝10°

∠CFG＝50°＝∠CBG　より　GBFC は同一円周上にある。

よって　∠BFG＝∠BCG＝60°　よって　∠EFB＝70°

∠BEF＝10°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。

よって　∠EDB＝∠EFB＝70°　よって　∠EDC＝80°

∠EAC＋∠EDC＝180°　より　EACD は同一円周上にある。

よって　∠EDA＝∠ECA＝50°　よって　∠ADB＝20°

240

E を∠BAE＝30°

F を∠AEF＝10°

G を∠AFG＝50°

H を EF 上∠AGH＝60°（GH⊥AE）

I を AE と GH の交点　とする。

∠GFH＝80°, ∠FGH＝20°だから

△GFH は２等辺三角形より　GF＝GH

△GAF は２等辺三角形より　GA＝GF　よって　GA＝GH

∠AGH＝60°　より　△AGH は正三角形

よって　△AGI≡△AHI　よって　GI＝HI

よって　△EGI≡△EHI　よって　∠GEI＝∠HEI＝10°

∠GEC＋∠GFC＝180°　より　GECF は同一円周上にある。

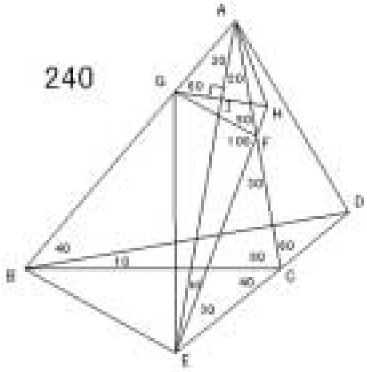
∠GFC＋∠GBC＝180°　より　GBCF は同一円周上にある。

よって　GBECF は同一円周上にある。

よって　∠BEF＝∠BCF＝80°　より　∠AEB＝70°

∠ABD＝40°＝∠AED　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝70°



241

E を∠BAE＝20°

F を∠BCF＝30°

G を∠AFG＝40°（AC⊥FG）

H を BC と EF の交点　とする。

△FAC は２等辺三角形より　FA＝FC

よって　△FAG≡△FCG　よって　∠FCG＝20°

∠CFG＝40°＝∠CEG　より　FECG は同一円周上にある。

よって　∠FEG＝∠FCG＝20°　よって　∠FEC＝60°

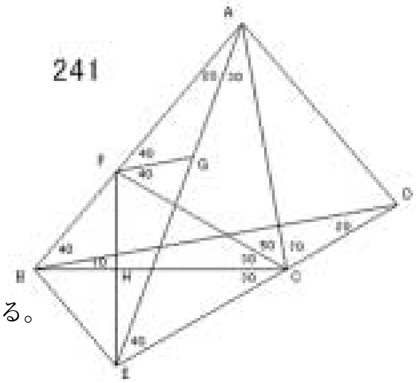
よって　△FEC は正三角形　よって　△CEH≡△CFH

よって　EH＝FH, BC⊥EF　よって　△BEH≡△BFH

よって　∠BEH＝∠BFH＝40°　よって　∠AEB＝60°

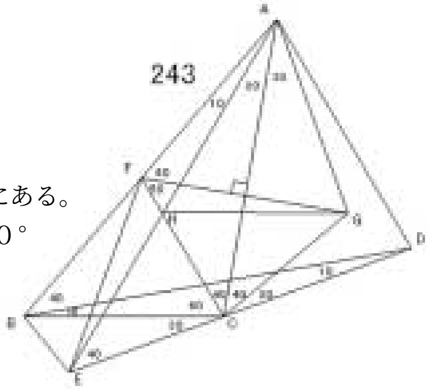
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝60°



242　解法 B

243



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝60°

G を AC に関する F の対称点

H を AE と FC の交点　とする。

∠HFG＝50°＝∠HAG　より　AFHG は同一円周上にある。

よって　∠AHG＝∠AFG＝60°, ∠FAH＝∠FAH＝10°

よって　∠GHC＝60°　よって　∠CHE＝60°

よって　△CGH≡△CEH　よって　CG＝CE

△CGF は 2 等辺三角形より　CG＝CF

よって　CE＝CF

∠ECF＝80°　より　∠CEF＝50°　よって　∠AEF＝10°

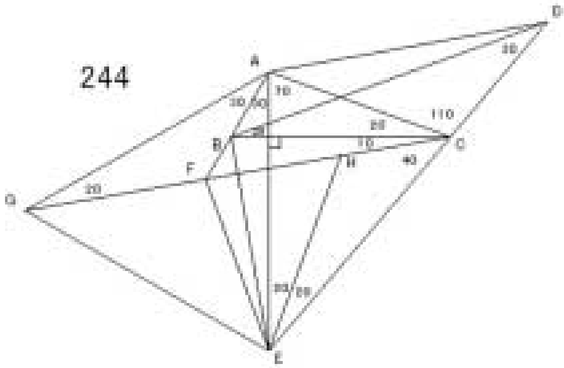
∠FBC＝50°＝∠FEC　より　FBEC は同一円周上にある。

よって　∠BEF＝∠BCF＝60°　よって　∠AEB＝70°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝70°

244



E を∠BAE＝30°（BC⊥AE）

F を∠BCF＝10°

G を∠BAG＝30°

H を∠CEH＝20°（AC⊥EH）とする。

△EAC は 2 等辺三角形より　EA＝EC

よって　△EAH≡△ECH

よって　∠EAH＝40°

∠AGH＝20°＝∠AEH　より

AGEH は同一円周上にある。

よって　∠EGH＝∠EAH＝40°　よって　∠AGE＝60°

よって　△AGE は正三角形　よって　AE＝AG

よって　△AEF≡△AGF　よって　∠AEF＝20°

よって　∠FEC＝60°

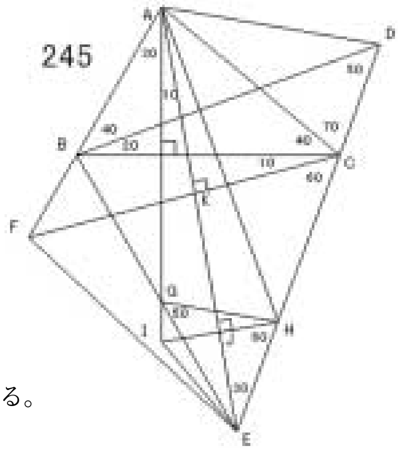
∠FBC＋∠FEC＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。

よって　∠BEF＝∠BCF＝10°　よって　∠AEB＝10°

∠BAE＝30°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

245



Eを∠BAE＝40°

Fを∠BCF＝10°（AE⊥CF）

Gを∠BAG＝30°

Hを∠EGH＝50°

IをAG上で∠EHI＝60°（AE⊥HI）（実はIはEF上）

JをAEとHIの交点

KをAEとCFの交点　とする。

△ACK≡△AFK　より　CK＝FK

よって　△ECK≡△EFK　ゆえに　∠FEK＝30°

∠FEC＋∠FBC＝180°　より　BFECは同一円周上にある。

よって　∠BEF＝∠BCF＝10°　よって　∠BEA＝20°

よって　∠EGI＝∠AGB＝30°　よって　∠HGI＝80°

∠EHG＝180°－∠HEG－∠HGE＝80°　よって　∠GHI＝20°

△HGIは２等辺三角形より　HG＝HI

△HGEは２等辺三角形より　HG＝HE　よって　HI＝HE

∠EHI＝60°　より　△EHIは正三角形　（よって　IはEF上にある）

△EHJ≡△EIJ　より　HJ＝IJ

よって　△AHJ≡△AIJ

よって　∠HAJ＝10°　よって　∠BAH＝50°

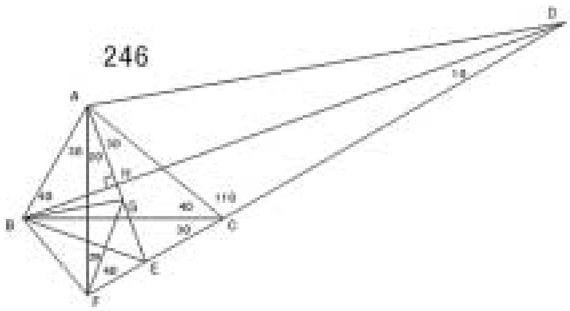
∠BAH＝50°＝∠BDH　より　ABHDは同一円周上にある。

∠BAH＋∠BGH＝180°　より　ABGHは同一円周上にある。

よって　ABGHDは同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AGB＝30°

246



Eを∠BAE＝50°（BD⊥AE）

Fを∠BAF＝30°（BC⊥AF）

Gを∠AFG＝20°

HをBDとAEの交点とする。

△GAFは２等辺三角形で

∠AGF＝２×∠ACFより

Gは△AFCの外心である。

∠BAF＝30°＝∠BCF　より　ABFCは同一円周上にある。

よって　GA＝GB＝GF　よって　∠AGB＝80°

∠EGF＝∠GAF＋∠GFA＝40°　より　∠BGF＝60°

よって　△GBFは正三角形　よって　BF＝BG

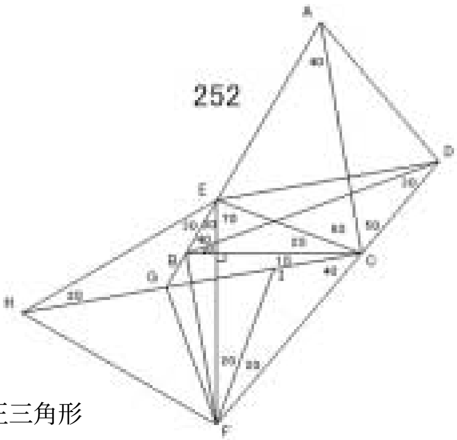
∠EGF＝40°＝∠EFG　より　EF＝EG

よって　△BEF≡△BEG　よって　∠FEB＝∠GEB＝50°　よって　∠BEH＝50°

よって　△BAH≡△BEH　よって　AH＝EH　よって　△DAH≡△DEH

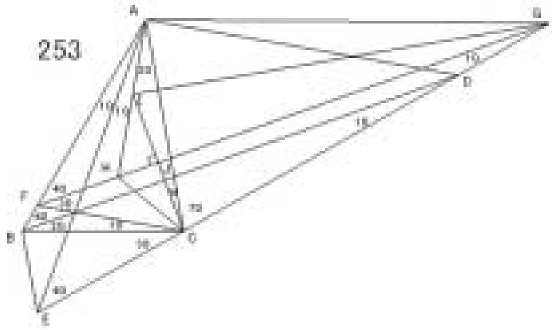
よって　∠ADH＝∠EDH＝10°　よって　∠ADB＝10°

247　解法 G
248　解法 F
249　解法 E
250　解法 F
251　解法 B
252



E を∠BCE＝20°
F を∠BEF＝30°（BC⊥EF）
G を∠BCG＝10°
H を∠BEH＝30°
I を∠CFI＝20°（EC⊥FI）とする。
△FCE は 2 等辺三角形　より　FC＝FE
よって　△FCI≡△FEI　よって　∠FEI＝40°
∠EHI＝20°＝∠EFI　より
EHFI は同一円周上にある。
よって　∠FHI＝∠FEI＝40°　よって　△HEF は正三角形
よって　EH＝EF　よって　△EHG≡△EFG　よって　∠EFG＝20°
よって　∠GFC＝60°
∠GBC＋∠GFC＝180°　より　BGFC は同一円周上にある。
よって　∠BFG＝∠BCG＝10°　よって　∠EFB＝10°
∠BEF＝30°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝10°　よって　∠EDC＝40°
∠EAC＝40°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝60°　よって　∠ADB＝70°

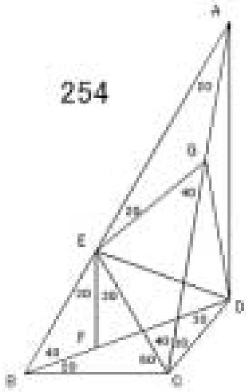
253



E を∠BAE＝10°
F を∠BCF＝10°
G を∠CFG＝30°（BD//FG）
H を∠CAH＝20°（AH⊥FC）
I を∠ACI＝10°
J を FG と CI の交点とする。
△ACF は 2 等辺三角形　より　AC＝AF
よって　△ACH≡△AFH
よって　∠ACH＝40°
よって　∠HCJ＝30°
∠HCJ＝30°＝∠HIJ　より　△HCJ≡△HIJ
よって　CJ＝IJ　よって　△GCJ≡△GIJ　よって　∠IGJ＝∠CGJ＝10°
∠IAC＝20°＝∠IGC　より　AICG は同一円周上にある。
よって　∠AGI＝∠ACI＝10°　よって　∠AGF＝20°
∠FAE＝10°＝∠FGE　より　AFEG は同一円周上にある。よって　∠AEF＝∠AGF＝20°

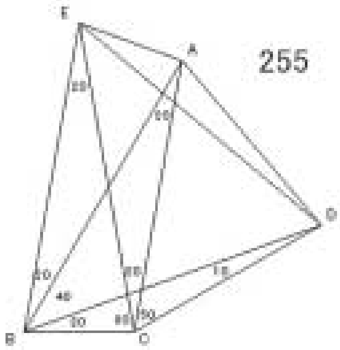
∠CEF＝60°＝∠CBF　より　FBEC は同一円周上にある。よって　∠BEF＝∠BCF＝10°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

254



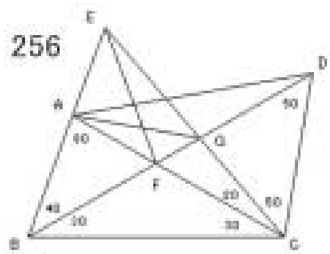
E を∠BCE＝60°
F を∠BEF＝30°（BC⊥EF）
G を∠AEG＝20°とする。
△EBC は 2 等辺三角形より　EB＝EC
よって　△EBF≡△ECF　よって　∠ECF＝40°
∠FEC＝30°＝∠FDC　より　EFCD は同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝40°
よって　∠CED＝40°，∠DEG＝60°
△ECD は 2 等辺三角形より　EC＝ED
△ECG は 2 等辺三角形より　EC＝EG　よって　ED＝EG
∠DEG＝60°　より　△EDG は正三角形　よって　GD＝GE
△GEA は 2 等辺三角形より　GE＝GA　よって　GD＝GA
∠AGD＝160°　より　∠ADG＝10°
よって　∠ADB＝110°

255



E を∠BCE＝80°と∠CBE＝80°の交点　とする。
△EBC は 2 等辺三角形で　∠BEC＝ 2 ×∠BDC　より
E は△BCD の外心である。よって　EB＝EC＝ED
△ECD は 2 等辺三角形より　∠CED＝40°
よって　∠BED＝60°　よって　△BDE は正三角形
∠BEC＝20°＝∠BAC　より　EBCA は同一円周上にある。
よって　∠AEC＝∠ABC＝60°
よって　∠AEB＝80°
△BAE は 2 等辺三角形より　BE＝BA
△BDE は正三角形より　BD＝BE　よって　BD＝BA　よって　∠ADB＝70°

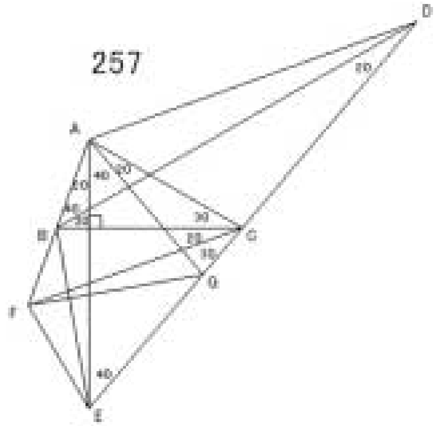
256



E を∠ACE＝20°
F を BD と AC の交点
G を BD と CE の交点　とする。
△FBC は 2 等辺三角形で　∠BFC＝ 2 ×∠BEC　より
F は△EBC の外心である。
よって　FC＝FE　よって　∠FEC＝20°
∠EGF＝∠GBC＋∠GCB＝80°　であるから
∠EGF＋∠EAF＝180°　より　EAFG は同一円周上にある。
よって　∠GAF＝∠GEF＝20°
△GAC は 2 等辺三角形より　GA＝GC

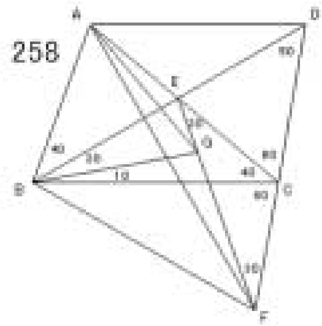
△GCD は 2 等辺三角形より　GC＝GD　よって　GA＝GD
∠AGD＝140°　より　∠ADG＝20°　よって　∠ADB＝20°

257



E を∠BAE＝20°（BC⊥AE）
F を∠BCF＝20°
G を∠CAG＝20°とする。
△ACG は 2 等辺三角形より　AC＝AG
△ACF は 2 等辺三角形より　AC＝AF
よって　AG＝AF
∠FAG＝60°　より　△AFG は正三角形
よって　GA＝GF
△GAE は 2 等辺三角形より　GA＝GE
よって　GF＝GE
∠EGF＝40°　より　∠GEF＝70°
∠CEF＋∠CBF＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝20°　よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

258



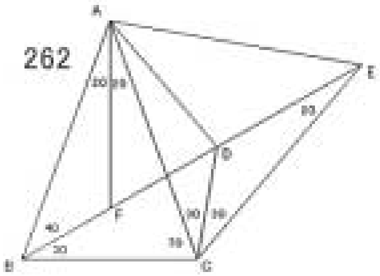
E を AC と BD の交点
F を∠CEF＝30°
G を∠EBG＝20°とする。
∠BEG＝80°，∠EBG＝20°であるから
△BEG は 2 等辺三角形より　BE＝BG
∠BAE＝70°，∠BEA＝70°であるから
△BAE は 2 等辺三角形より　BA＝BE　よって　BA＝BG
∠ABG＝60°　より　△BAG は正三角形　よって　GA＝GB
よって　∠AGE＝20°，∠GAE＝10°
∠BEF＝80°＝∠BCF　より　EBFC は同一円周上にある。
よって　∠BFE＝∠BCE＝40°
∠BGF＝100°　より　∠GBF＝40°
よって　△GBF は 2 等辺三角形　よって　GB＝GF　よって　GA＝GF
∠AGF＝160°　より　∠GFA＝10°　よって　∠AFB＝30°
∠BAF＝50°＝∠BDF　より　ABFD は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AFB＝30°

259　解法 F

260　解法 G

261　解法 B

262



E を∠DCE＝30°

F を∠BAF＝40°（BC⊥AF）とする。

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

よって　△ABF≡△ACF　よって　∠ACF＝40°

∠FAC＝20°＝∠FEC　より

AFCE は同一円周上にある。

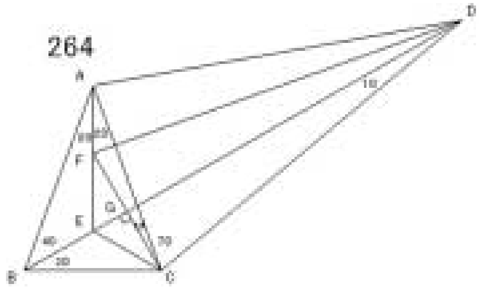
よって　∠AEF＝∠ACF＝40°

よって　△ACE は正三角形　よって　CA＝CE　よって　△CAD≡△CED

よって　∠CAD＝20°　よって　∠DAE＝∠DEA＝40°　よって　∠ADB＝80°

263　解法 E

264



E を∠BAE＝20°（BC⊥AE）

F を∠ACF＝10°（BD⊥CF）

G を BD と CF の交点　とする。

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

よって　△ABE≡△ACE

よって　∠ACE＝40°

よって　∠ECG＝30°

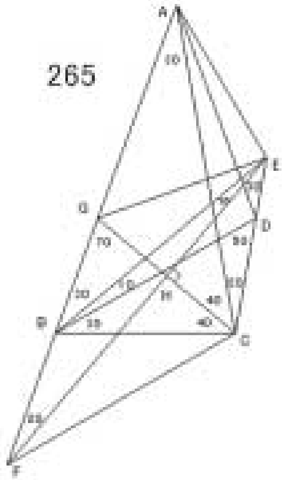
∠CEG＝60°, ∠FEG＝60°　より　△ECG≡△EFG

よって　CG＝FG　よって　△DCG≡△DFG　よって　∠FDG＝10°

∠FAC＝20°＝∠FDC　より　AFCD は同一円周上にある。

よって　∠ADF＝∠ACF＝10°　よって　∠ADB＝20°

265



E を∠ABE＝30°

F を∠BEF＝10°

G を∠BCG＝40°（EF⊥CG）

H を CG と EF の交点　とする。

△CBG は 2 等辺三角形より　CB＝CG

△CBE は 2 等辺三角形より　CB＝CE　よって　CG＝CE

∠ECG＝60°　より　△ECG は正三角形

よって　△ECH≡△EGH　よって　CH＝GH

よって　△FCH≡△FGH　よって　∠FCH＝70°

よって　∠ACF＝110°

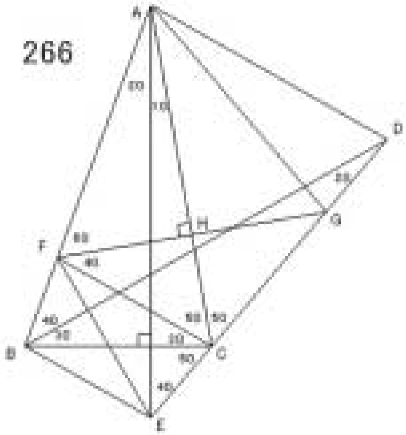
∠FAC＝30°＝∠FEC　より　AFCE は同一円周上にある。

よって　∠AEF＝∠ACF＝110°　よって　∠AED＝140°

∠AED＋∠ABD＝180°　より　ABDE は同一円周上にある。

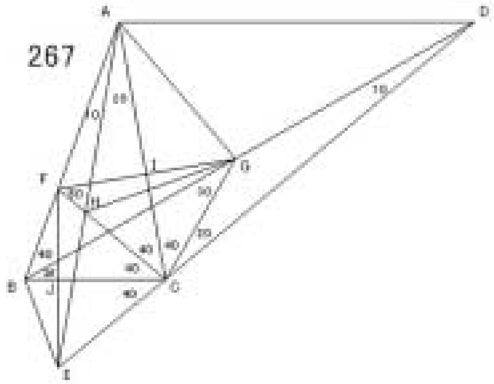
よって　∠ADB＝∠AEB＝100°

266



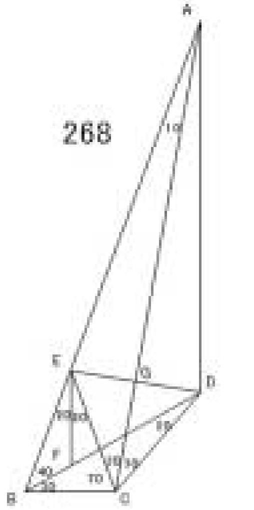
E を∠BAE＝20°
F を∠BCF＝30°
G を∠AFG＝60°（AC⊥FG）
H を AC と FG の交点とする。
△CFH≡△CGH　より　FH＝GH
よって　△AFH≡△AGH　よって　∠AGH＝60°
よって　△AFG は正三角形　よって　GA＝GF
△GAE は 2 等辺三角形より　GA＝GE
よって　GF＝GE
∠EGF＝40°　より　∠GEF＝70°
よって　∠AEF＝30°　よって　∠BFE＝50°
∠BFE＝50°＝∠BCE　より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝30°
よって　∠AEB＝60°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝60°

267



E を∠BAE＝10°
F を∠BCF＝40°
G を∠DCG＝20°
H を AE と CF の交点
I を AC と FG の交点
J を BC と FE の交点　とする。
△CBF は 2 等辺三角形より　CB＝CF
△CBG は 2 等辺三角形より　CB＝CG
よって　CF＝CG
よって　△CFI≡△CGI
よって　FI＝GI, FG⊥CA
よって　△AFI≡△AGI　よって　△AFG は正三角形
∠HFG＝50°＝∠HAG　より　AFHG は同一円周上にある。
よって　∠AHG＝∠AFG＝60°, ∠FGH＝∠FAH＝10°
よって　∠GHC＝60°　よって　∠CHE＝60°
よって　△GCH≡△ECH　よって　CG＝CE　よって　CE＝CF
よって　△CEJ≡△CFJ　よって　EJ＝FJ, EF⊥BC
よって　△BEJ≡△BFJ　よって　∠BEJ＝∠BFJ＝20°　よって　∠AEB＝30°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

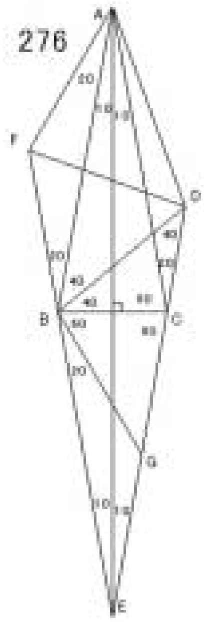
268



Eを∠BCE＝70°
Fを∠BEF＝20°（BC⊥EF）
GをACとEDの交点とする。
△EBCは2等辺三角形より　EB＝EC　よって　△EBF≡△ECF
よって　∠ECF＝40°
∠FEC＝20°＝∠FDC　より　EFCDは同一円周上にある。
よって　∠EDF＝∠ECF＝40°　よって　△CDEは正三角形
よって　△CDG≡△CEG　よって　DG＝EG, AC⊥DE
よって　△ADG≡△AEG　よって　∠ADG＝80°
よって　∠ADB＝120°

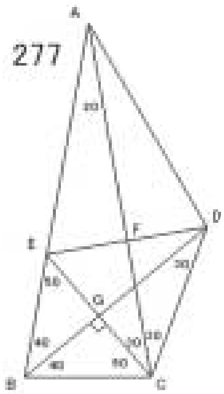
269　解法F
270　解法C
271　解法A
272　解法A
273　解法A
274　解法A，解法G
275　解法D

276



EをAのBCに関する対称点（∠BAE＝10°でCD上にある）
Fを∠BAF＝20°
Gを∠EBG＝20°とする。
△BAEは2等辺三角形より　BA＝BE
よって　△FAB≡△GBE　よって　FA＝FB＝GB＝GE
△BGDは2等辺三角形より　BD＝BG　よって　BD＝BF
∠DBF＝60°　より　△DBFは正三角形　よって　FD＝FB
よって　FD＝FA
∠AFD＝80°　より　∠ADF＝50°
よって　∠ADB＝110°

277



Eを∠BCE＝50°（BD⊥CE）
FをACとEDの交点
GをBDとCEの交点とする。
△BCG≡△BEG　より　CG＝EG
よって　△DCG≡△DEG
よって　△DCEは正三角形　よって　CD＝CE
よって　△CDF≡△CEF
よって　DF＝EF, AC⊥DE　よって　△ADF≡△AEF
よって　∠DAF＝20°，∠ADF＝70°
よって　∠ADB＝100°

278　解法 E

279

E を∠BAE＝20°

F を∠BCF＝20°

G を BC と AE の交点とする。

△FAC は 2 等辺三角形より　FA＝FC

△GAC は 2 等辺三角形より　GA＝GC

よって　△FAG≡△FCG

よって　∠AFG＝∠CFG＝40°

∠GFC＝40°＝∠GEC　より　GFEC は同一円周上にある。

よって　∠GEF＝∠GCF＝20°

よって　△FCE は正三角形　よって　CF＝CE

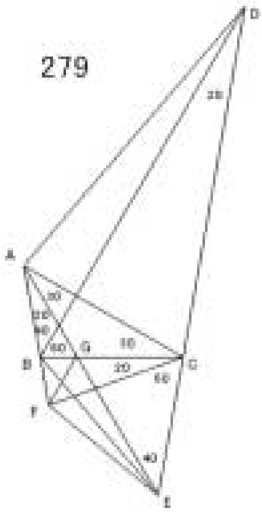
∠CBF＝80°, ∠BCF＝20°　より　△CBF は 2 等辺三角形

よって　CB＝CF　よって　CB＝CE

よって　∠CEB＝50°　よって　∠AEB＝10°

∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝10°



280

E を∠BCE＝30°

F を∠BEF＝20°

G を∠BCG＝20°

H を BC と EF の交点とする。

△GCE は 2 等辺三角形より　GC＝GE

△HCE は 2 等辺三角形より　HC＝HE

よって　△GCH≡△GEH

よって　∠CGH＝∠EGH＝40°

∠CGH＝40°＝∠CFH　より　HGFC は同一円周上にある。

よって　∠HFG＝∠HCG＝20°　よって　∠CFG＝60°

よって　△CFG は正三角形　よって　CG＝CF

∠BCG＝20°, ∠CBG＝80°　より　△CBG は 2 等辺三角形

よって　CB＝CG　よって　CB＝CF

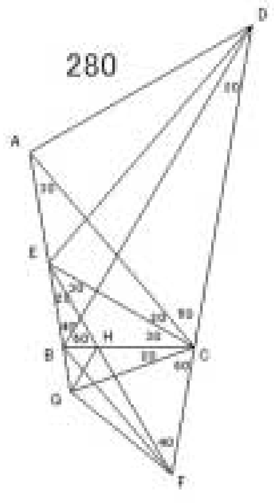
よって　∠CFB＝50°　よって　∠BFE＝10°

∠BEF＝20°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。

よって　∠BDE＝∠BFE＝10°　よって　∠EDC＝30°

∠EAC＝30°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝20°　よって　∠ADB＝30°



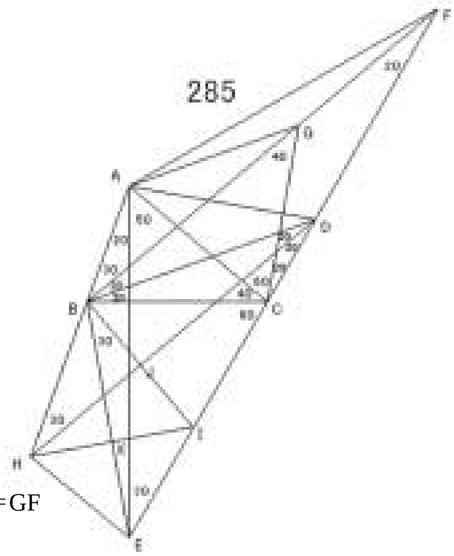
281　解法 G

282　解法 E

283　解法 F

284　解法 B

285



Eを∠BAE＝20°（BC⊥AE）

Fを∠ABF＝30°

Gを∠ACG＝60°

Hを∠BDH＝20°

Iを∠EBI＝30°

JをBIとDHの交点

KをBEとHIの交点　とする。

△CABは2等辺三角形より　CA＝CB

△CBGは2等辺三角形より　CB＝CG

よって　CA＝CG

よって　△CAGは正三角形　よって　GA＝GC

△GCFは2等辺三角形より　GC＝GF　よって　GA＝GF

∠AGF＝160°　より　∠AFG＝10°

∠BAE＝20°＝∠BFE　より　ABEFは同一円周上にある。

よって　∠AEB＝∠AFB＝10°　よって　∠CBI＝50°，∠HBE＝30°

よって　BI⊥DH，∠HBI＝60°

△DBJ≡△DIJ　より　BJ＝IJ　よって　△HBJ≡△HIJ　よって　△BHIは正三角形

よって　BH＝BI　よって　△BHK≡△BIK　よって　HK＝IK, HI⊥BE

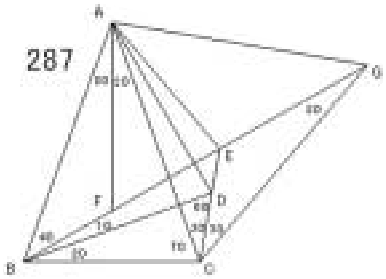
よって　△EHK≡△EIK　よって　∠HEK＝40°　よって　∠AEH＝50°

∠HAE＝20°＝∠HDE　より　AHEDは同一円周上にある。

よって　∠ADH＝∠AEH＝50°　よって　∠ADB＝30°

286　解法F，解法G

287



Eを∠ACE＝30°

Fを∠BAF＝20°（BC⊥AF）

Gを∠ACG＝60°とする。

△ABCは2等辺三角形より　AB＝AC

よって　△ABF≡△ACF　よって　∠ACF＝40°

∠FAC＝20°＝∠FGC　より　AFCGは同一円周上にある。

よって　∠AGF＝∠ACF＝40°　よって　∠AGC＝60°

よって　△ACGは正三角形　よって　CA＝CG

よって　△CAE≡△CGE　よって　∠CAE＝20°，∠AEB＝80

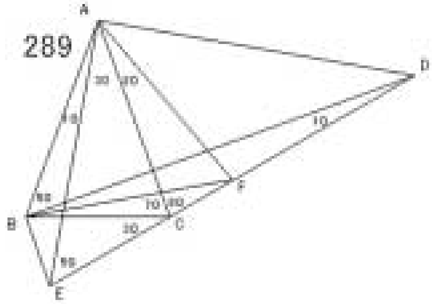
よって　∠BAE＝60°

∠BAE＋∠BDE＝180°　より　ABDEは同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝80°

288　解法 B

289



E を∠BAE＝10°

F を∠CAF＝20°とする。

△ACF は 2 等辺三角形より　AC＝AF

△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC

よって　AB＝AF

∠BAF＝60°　より　△ABF は正三角形

よって　FA＝FB

△FAE は 2 等辺三角形より　FA＝FE　よって　FB＝FE

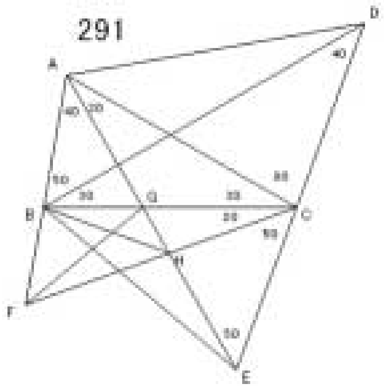
∠BFE＝20°　より　∠FEB＝80°　よって　∠AEB＝30°

∠ABD＝50°＝∠AED　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

290　解法 F

291



E を∠BAE＝40°

F を∠BCF＝20°

G を BC と AE の交点

H を CF と AE の交点　とする。

∠AFC＝60°である。

△GAC は 2 等辺三角形で

∠AGC＝2×∠AFC　より G は△AFC の外心である。

よって　GC＝GF

よって　∠GFC＝20°

∠GHF＋∠GBF＝180°　より　BFHG は同一円周上にある。

よって　∠GBH＝∠GFH＝20°　よって　∠HBC＝20°

よって　△HBC は 2 等辺三角形　よって　HB＝HC

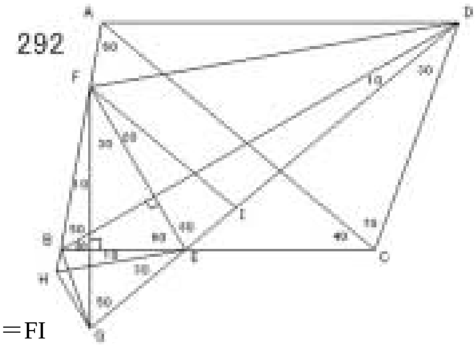
△HCE は 2 等辺三角形より　HC＝HE　よって　HE＝HB

∠BHE＝140°　より　∠BEH＝20°　よって　∠AEB＝20°

∠BAE＝40°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

292



E を∠BDE＝10°

F を∠BEF＝60°（BD⊥EF）

G を∠BFG＝10°（BE⊥FG）

H を∠BEH＝10°

I を∠EFI＝20°とする。

△FEH は 2 等辺三角形より　FE＝FH

△FEI は 2 等辺三角形より　FE＝FI　よって　FH＝FI

∠HFI＝60°　より　△HFI は正三角形　よって　IF＝IH

△IFG は2等辺三角形より　IF＝IG　よって　IH＝IG

∠HIG＝20°　より∠IHG＝∠IGH＝80°　よって　∠BHG＝140°

∠BHG＋∠BEG＝180°より　BHGE は同一円周上にある。

よって　∠BGH＝∠BEH＝10°　よって　∠FGB＝20°

∠BFG＝10°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。

よって　∠FDB＝∠FGB＝20°

∠FAC＝60°＝∠FDC　より　AFCD は同一円周上にある。

∠FDC＋∠FEC＝180°　より　FECD は同一円周上にある。

よって　AFECD は同一円周上にある。

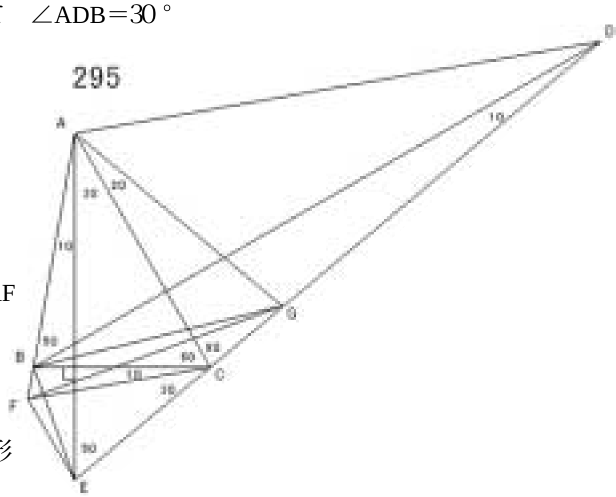
よって　∠FCE＝∠FDE＝30°　よって　∠FCA＝10°

よって　∠ADF＝∠ACF＝10°　よって　∠ADB＝30°

293　解法 G

294　解法 B

295



E を∠BAE＝10°（BC⊥AE）

F を∠BCF＝10°

G を∠CAG＝20°とする。

△ACF は2等辺三角形　より　AC＝AF

△ACG は2等辺三角形

より　AC＝AG

よって　AF＝AG

∠FAG＝60°　より　△FAG は正三角形

よって　GA＝GF

△GAE は2等辺三角形　より　GA＝GE　よって　GE＝GF

∠EGF＝20°　より　∠GEF＝80°　よって　∠AFE＝140°

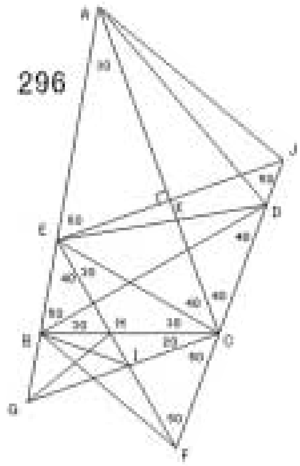
∠BFE＋∠BCE ＝180°　より　BFEC は同一円周上にある。よって　∠BEF＝∠BCF＝10°

よって　∠AEB＝20°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

296



E を∠BCE＝30°

F を∠BEF＝40°

G を∠BCG＝20°

H を BC と EF の交点

I を GC と EF の交点

J を∠AEJ＝60°（AC⊥EJ）

K を AC と EJ の交点　とする。

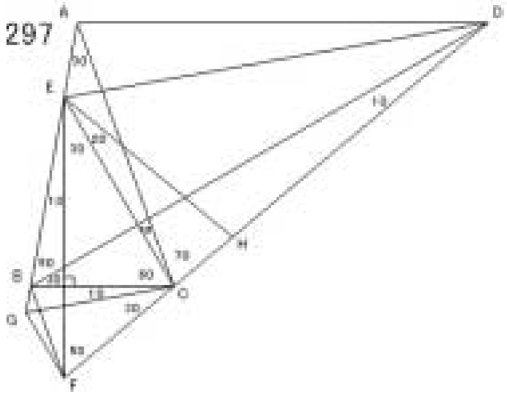
△HEC は2等辺三角形で，∠EHC＝120°＝2×∠EGC　より

H は△EGC の外心である。

よって　HG＝HC　ゆえに　∠HGC＝20°

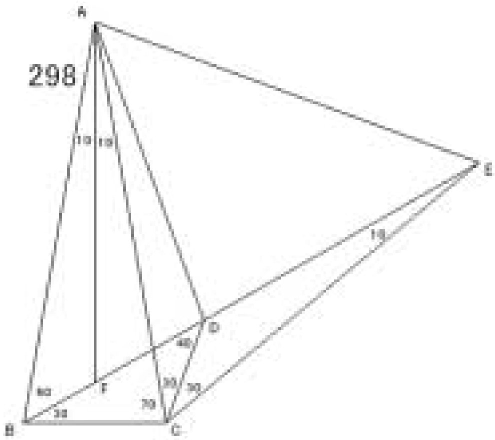
∠HIG＋∠HBG＝180°　より　BGIH は同一円周上にある。
よって　∠HBI＝∠HGI＝20°　よって　∠IBC＝20°
よって　△IBC は 2 等辺三角形　ゆえに　IB＝IC
△ICF は 2 等辺三角形より　IC＝IF　ゆえに　IB＝IF
∠BIF＝140°　より　∠BFI＝20°
∠BEF＝40°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝20°　よって　∠DEC＝40°　よって　∠DEJ＝10°
△CEK≡△CJK　より　EK＝JK　よって　△AEK≡△AJK　よって　△AEJ は正三角形
よって　∠AJD＝110°
∠AJD＋∠AED＝180°　より　AEDJ は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠AJE＝60°　よって　∠ADB＝80°

297



E を∠BCE＝60°
F を∠BEF＝10°（BC⊥EF）
G を∠BCG＝10°
H を∠CEH＝20°とする。
△ECG は 2 等辺三角形より　EC＝EG
△ECH は 2 等辺三角形より　EC＝EH
よって　EG＝EH
∠GEH＝60°　より　△GEH は正三角形
よって　HE＝HG
△HEF は 2 等辺三角形より　HE＝HF　よって　HG＝HF
∠FHG＝20°　より　∠HFG＝∠HGF＝80°　よって　∠BGF＝140°
∠BGF＋∠BCF＝180°　より　BGFC は同一円周上にある。
よって　∠BFG＝∠BCG＝10°　よって　∠EFB＝20°
∠BEF＝10°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝20°
∠EAC＝30°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝30°

298



E を∠DCE＝30°
F を∠BAF＝10°（BC⊥AF）とする。
△ABC は 2 等辺三角形より　AB＝AC
よって　△ABF≡△ACF
よって　∠ACF＝50°
また　∠FAC＝10°＝∠FEC　より
AFCE は同一円周上にある。
よって　∠AEF＝∠ACF＝50°
よって　△ACE は正三角形　よって　CA＝CE
よって　△CAD＝△CED

よって　∠CAD＝10°　よって　∠ADB＝100°

299　解法 E

300　解法 C

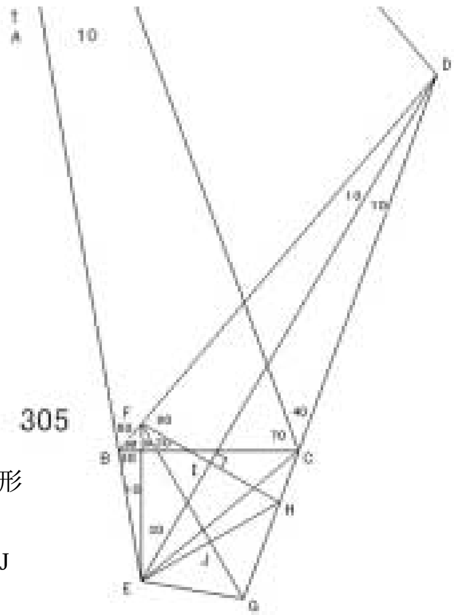
301　解法 A

302　解法 A

303　解法 A

304　解法 D

305



E を∠BDE＝10°

F を∠BEF＝10°

G を∠EFG＝30°

H を∠GFH＝30°（FH⊥DE）

I を ED と FH の交点

J を EH と FG の交点　とする。

△DFI≡△DHI　より　FI＝HI

よって　△EFI≡△EHI　よって　△EFH は正三角形

よって　△FEJ≡△FHJ

よって　EJ＝HJ, EH⊥FG　よって　△GEJ≡△GHJ

よって　∠GEJ＝∠GHJ＝40°

よって　∠EGJ＝∠HGJ＝50°

∠FBC＝50°＝∠FGC　より　FBGC は同一円周上にある。

∠FGE＋∠FBE＝180°　より　FBEG は同一円周上にある。

よって　FBEGC は同一円周上にある。

よって　∠ECG＝∠EFG＝30°　よって　∠ACE＝110°

∠EAC＝10°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。

よって　∠ADE＝∠ACE＝110°　よって　∠ADB＝100°

306　解法 G

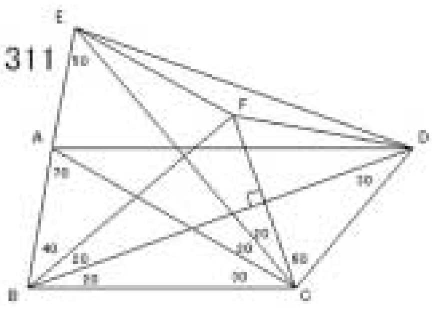
307　解法 F

308　解法 E

309　解法 B

310　解法 F

311



E を∠BCE＝50°

F を BD に関する C の対称点（BD⊥CF）とする。

△BCF は 2 等辺三角形より　BC＝BF

△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE

よって　BF＝BE

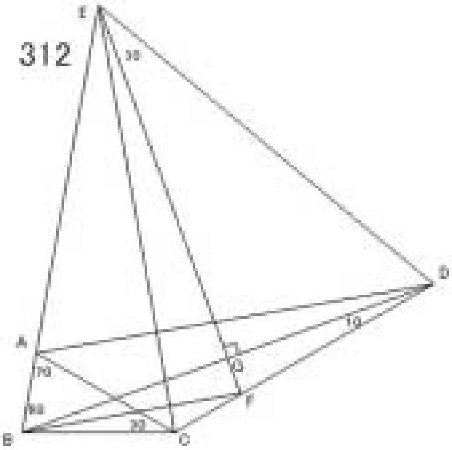
よって　△BCF≡△BFE　よって　FC＝FE

△CDF は正三角形より　FC＝FD　よって　FD＝FE

∠DFE＝160°　より　∠FDE＝10°　よって　∠EDC＝70°

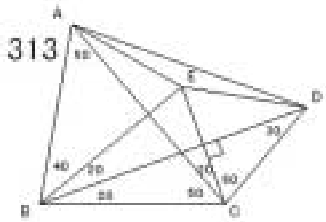
∠EDC＋∠EAC＝180°　より　EACD は同一円周上にある。
よって　∠EDA＝∠ECA＝20°　よって　∠ADB＝20°

312　解法 G　または



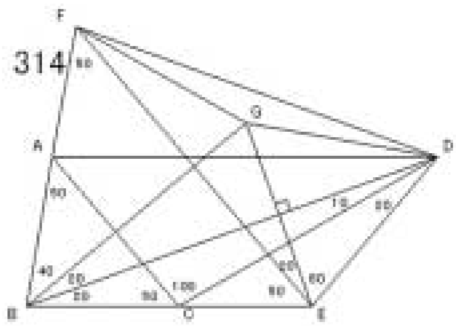
E を∠BDE＝60°
F を∠DEF＝30°（BD⊥EF）
G を BD と EF の交点とする。
△EBD は正三角形である。
よって　△EBG≡△EDG　よって　BG＝DG
よって　△FBG≡△FDG
よって　∠FBG＝10°，∠BFG＝∠DFG＝80°
∠EBC＋∠EFC＝180°　より
EBCF は同一円周上にある。
よって　∠ECF＝∠EBF＝70°
よって　∠ACE＝50°
∠ACD＋∠AED＝180°　より　ACDE は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝50°
よって　∠ADB＝10°

313



E を BD に関する C の対称点（BD⊥CE）とする。
△BCA は 2 等辺三角形より　BA＝BC
△BCE は 2 等辺三角形より　BC＝BE　よって　BA＝BE
よって　△BCE≡△BEA　よって　EC＝EA
△CDE は正三角形より　ED＝EC
よって　ED＝EA
∠AED＝160°　より　∠EDA＝10°　よって　∠ADB＝40°

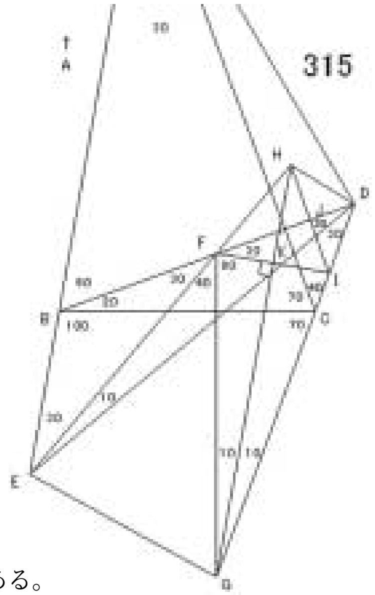
314



E を∠CDE＝20°
F を∠CEF＝50°
G を BD に関する E の対称点（BD⊥EG）とする。
△BEG は 2 等辺三角形より　BE＝BG
△BEF は 2 等辺三角形より　BE＝BF
よって　BG＝BF
よって　△BEG≡△BGF　ゆえに　GE＝GF
△DEG は正三角形より　GE＝GD
よって　GD＝GF
∠DGF＝160°　より　∠GDF＝10°　よって　∠FDC＝50°
∠FDC＝50°＝∠FEC　より　FCED は同一円周上にある。
∠FDC＋∠FAC＝180°　より　FACD は同一円周上にある。
よって　FACED は同一円周上にある。
よって　∠CAE＝∠CDE＝20°　よって　∠AEC＝30°

よって　∠ADC＝∠AEC＝30°　よって　∠ADB＝20°

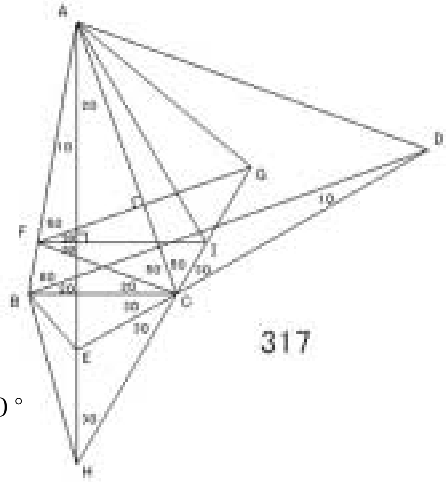
315



Eを∠BDE＝20°
Fを∠BEF＝30°
Gを∠BFG＝70°
HをEF上で∠CGH＝10°
Iを∠DFI＝30°（GH⊥FI）
JをHIとBDの交点
KをFIとGHの交点　とする。
△GFK≡△GIK　より　FK＝IK
よって　△HFK≡△HIK
よって　△HFIは正三角形　よって　FH＝FI
よって　△FHJ≡△FIJ　よって　HJ＝IJ, FD⊥HI
よって　△DHJ≡△DIJ
よって　∠DHJ＝40°　ゆえに　∠DHG＝70°
∠DGH＝10°＝∠DEH　より　HEGDは同一円周上にある。
よって　∠GED＝∠GHD＝70°　よって　∠BEG＝110°
∠BEG＋∠BFG＝180°　より　BEGFは同一円周上にある。
∠BFG＝70°＝∠BCG　より　FBGCは同一円周上にある。
よって　FBEGCは同一円周上にある。　よって　∠BCE＝∠BFE＝30°
よって　∠ACE＝100°
∠EAC＝30°＝∠EDC　より　AECDは同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝100°　よって　∠ADB＝80°

316　解法B

317

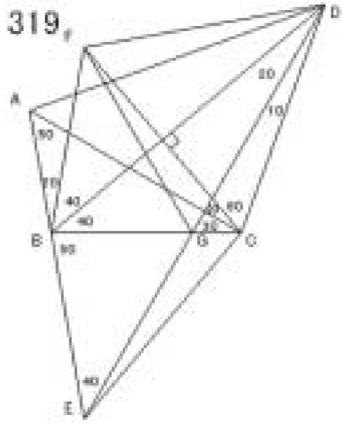


Eを∠BAE＝10°（BC⊥AE）
Fを∠BCF＝20°
GをACに関するFの対称点
HをAEとGCの交点
Iを∠AFI＝80°（AE⊥FI）とする。
△AFGは正三角形である。
よって　∠AGI＝100°
∠AGI＋∠AFI＝180°　より
AFIGは同一円周上にある。
よって　∠IAG＝∠IFG＝20°　よって　∠IAH＝30°
よって　△IAHは2等辺三角形で AH⊥FI
よって　△FAHは2等辺三角形
よって　∠AFH＝160°　よって　∠CFH＝60°
△ECHは2等辺三角形で　∠CEH＝2×∠CFH　より　Eは△CFHの外心である。
よって　EC＝EF　よって　∠CEF＝80°

∠CBF＝80°＝∠CEF　より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝20°　よって　∠AEB＝40°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

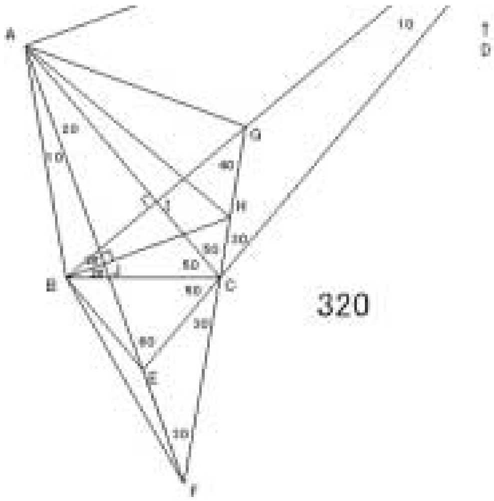
318　解法 E

319



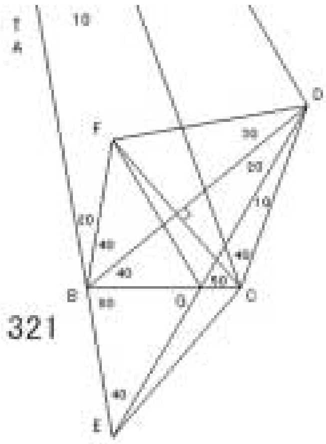
E を∠CDE＝10°
F を BD に関する C の対称点（BD⊥FC）
G を BC と DE の交点　とする。
△CDF は正三角形である。
∠FCG＝50°＝∠FDG　より　FGCD は同一円周上にある。
よって　∠FGD＝∠FCD＝60°, ∠CFG＝∠CDG＝10°
よって　∠BGF＝60°　よって　∠BGE＝60°
よって　△EBG≡△FBG　よって　BE＝BF
△BCF は２等辺三角形より　BC＝BF　よって　BC＝BE
よって　∠BCE＝∠BEC＝50°　よって　∠GEC＝10°
△CDE は２等辺三角形で　AC⊥DE　より　△ADE は２等辺三角形
よって　∠ADE＝40°
よって　∠ADB＝20°

320



E を∠BAE＝10°
F を AE 上∠ECF＝30°
G を BD と CF の交点（∠BCG＝100°）
H を∠CBH＝20°（AE⊥BH）
I を BD と AC の交点
J を BH と AF の交点　とする。
△CBI≡△CGI　より　BI＝GI
よって　△ABI≡△AGI
よって　△ABG は正三角形
∠ABH＋∠AGH＝180°　より
ABHG は同一円周上にある。
よって　∠GAH＝∠GBH＝20°
よって　∠HAC＝10°　よって　∠HAF＝30°
よって　△HAJ≡△HFJ　よって　AJ＝FJ
よって　△BAJ≡△BFJ　よって　∠BFJ＝10°　よって　∠FBC＝60°
△ECF は２等辺三角形で　∠CEF＝120°＝２×∠CBF　より　E は△BCF の外心である。
よって　EB＝EF　よって　∠EBF＝∠EFB＝10°　よって　∠BEA＝20°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

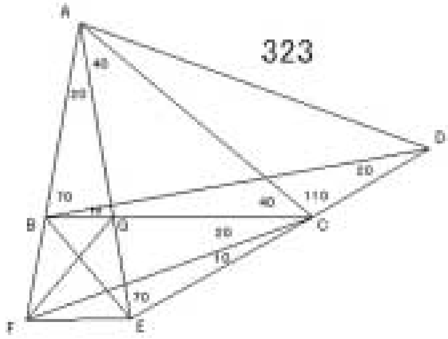
321



Eを∠CDE＝10°
Fを BD に関する C の対称点（BD⊥FC）
Gを BC と DE の交点　とする。
△CDF は正三角形である。
∠FCG＝50°＝∠FDG　より　FGCD は同一円周上にある。
よって　∠FGD＝∠FCD＝60°, ∠GFC＝∠GDC＝10°
よって　∠FGB＝60°　よって　∠BGE＝60°
△EBG≡△FBG　より　BE＝BF
△BCF は2等辺三角形より　BC＝BF　よって　BC＝BE
よって　∠BCE＝∠BEC＝50°　よって　∠ACE＝120°
∠EAC＝10°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝120°　よって　∠ADB＝100°

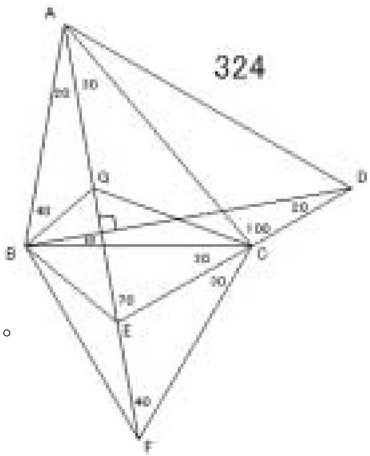
322　解法 F, 解法 G

323



Eを∠BAE＝20°
Fを∠BCF＝20°
Gを BC と AE の交点　とする。
△FAC は正三角形より　FA＝FC
△GAC は2等辺三角形より　GA＝GC
よって　△FAG≡△FCG
よって　∠AFG＝∠CFG＝30°
△ACE は2等辺三角形より　AC＝AE
△ACF は正三角形より　AC＝AF
よって　AE＝AF　よって　∠AFE＝80°
∠BFE＋∠BGE＝180°　より　BFEG は同一円周上にある。
よって　∠BEG＝∠BFG＝30°　よって　∠AEB＝30°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

324



Eを∠BAE＝20°
Fを∠ECF＝30°
Gを∠ABG＝40°（AC⊥BG）とする。
△BAC は2等辺三角形より　BA＝BC
よって　△BAG≡△BCG
よって　∠BCG＝20°, ∠CBG＝40°
∠GBC＝40°＝∠GFC　より　GBFC は同一円周上にある。
よって　∠BFG＝∠BCG＝20°
よって　∠BFC＝60°　よって　△BCF は正三角形
よって　△BCE≡△FCE

よって　∠CBE＝40°　よって　∠AEB＝40°

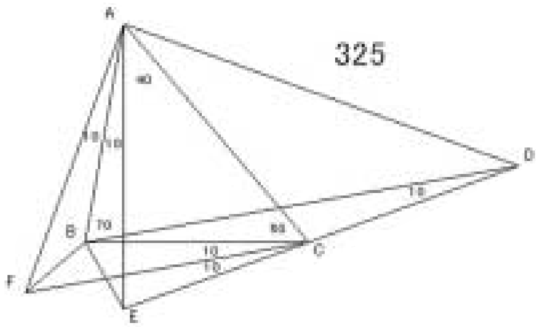
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝40°

325

E を∠BAE＝10°

F を∠ACF＝60°と∠CAF＝60°の交点　とする。



△FAC は正三角形より　FA＝FC

△BAC は 2 等辺三角形より　BA＝BC

よって　△FAB≡△FCB

よって　∠AFB＝∠CFB＝30°

△ACE は 2 等辺三角形より　AC＝AE

△ACF は正三角形より　AC＝AF

よって　AE＝AF

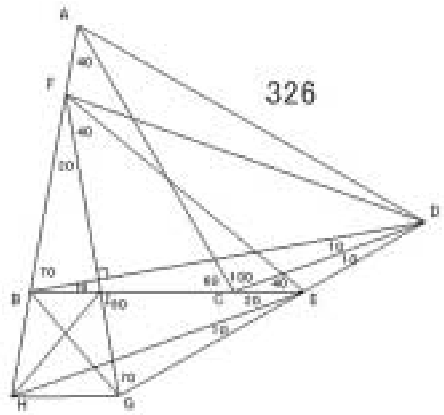
よって　△AEB≡△AFB

よって　∠AEB＝∠AFB＝30°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

326



E を∠CDE＝10°

F を∠CEF＝40°

G を∠BFG＝20°

H を∠CEH＝20°

I を BC と FG の交点　とする。

△HEF は正三角形より　HE＝HF

△IEF は 2 等辺三角形より　IE＝IF

よって　△HEI≡△HFI

よって　∠EHI＝∠FHI＝30°

△FEG は 2 等辺三角形より　FE＝FG

△FEH は正三角形より　FE＝FH

よって　FG＝FH　よって　∠FGH＝80°

∠HGI＋∠HBI＝180°　より　BHGI は同一円周上にある。

よって　∠BGI＝∠BHI＝30°

∠BFG＝20°＝∠BDG　より　FBGD は同一円周上にある。

よって　∠FDB＝∠FGB＝30°　よって　∠FDC＝40°

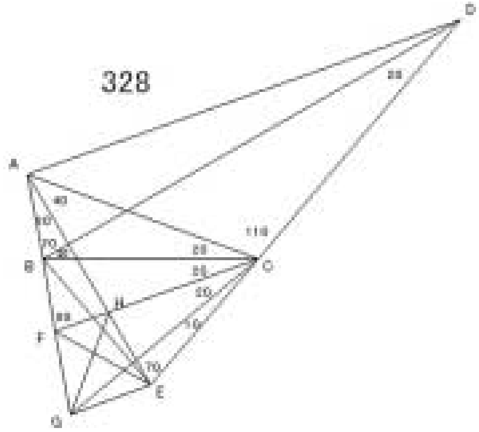
∠FAC＝40°＝∠FDC＝∠FEC　より　AFCED は同一円周上にある。

よって　∠FCD＝∠FED＝110°　よって　∠ACF＝10°

よって　∠ADF＝∠ACF＝10°　よって　∠ADB＝40°

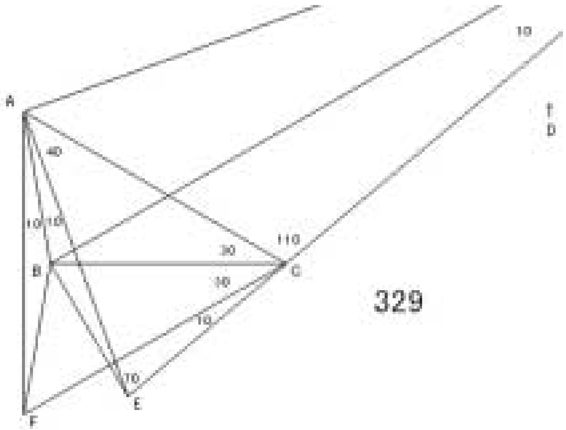
327　解法 B

328



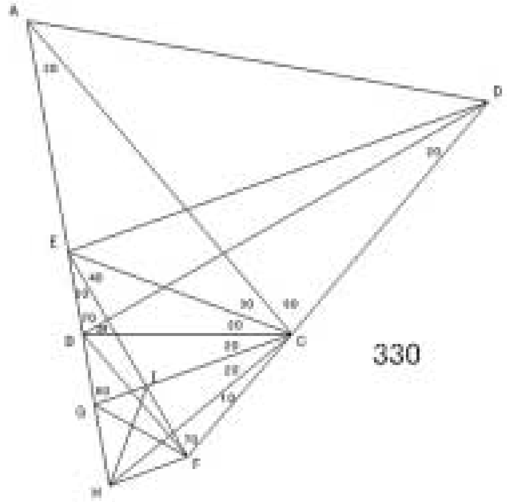
Eを∠BAE＝20°
Fを∠BCF＝20°
Gを∠BCG＝40°
HをAEとCFの交点　とする。
△GACは正三角形より　GA＝GC
△HACは2等辺三角形より　HA＝HC
よって　△GAH≡△GCH
よって　∠AGH＝∠CGH＝30°
△ACEは2等辺三角形より　AC＝AE
△ACGは正三角形より　AC＝AG
よって　AE＝AG　よって　∠AEG＝80°
∠GEH＋∠GFH＝180°　より　FGEHは同一円周上にある。
よって　∠FEH＝∠FGH＝30°　よって　∠FEC＝100°
∠FEC＋∠FBC＝180°　より　BFECは同一円周上にある。
よって　∠FEB＝∠FCB＝20°　よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

329



Eを∠BAE＝10°
Fを∠ACF＝60°と
∠CAF＝60°の交点　とする。
△CAFは正三角形より
△CAB≡△CFB
よって　BA＝BF
よって　∠AFB＝10°
△ACEは2等辺三角形より　AC＝AE
△ACFは正三角形より　AC＝AF
よって　AE＝AF
よって　△AEB≡△AFB
よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

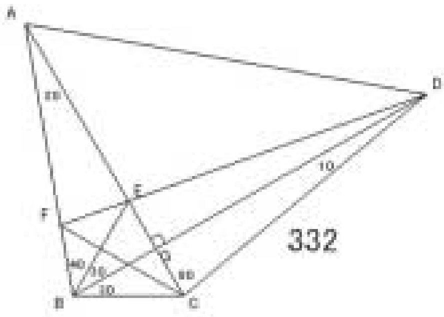
330



E を∠BCE＝20°
F を∠BEF＝20°
G を∠BCG＝20°
H を∠BCH＝40°
I を EF と GC の交点　とする。
△HCE は正三角形より　HC＝HE
△ICE は 2 等辺三角形より　IC＝IE
よって　△HCI≡△HEI
よって　∠CHI＝∠EHI＝30°
△ECF は 2 等辺三角形より　EC＝EF
△ECH は正三角形より　EC＝EH
よって　EF＝EH
よって　∠EFH＝80°
∠HFI＋∠HGI＝180°　より　GHFI は同一円周上にある。
よって　∠GFI＝∠GHI＝30°　よって　∠GFC＝100°
∠GBC＋∠GFC＝180°　より　BGFC は同一円周上にある。
よって　∠BFG＝∠BCG＝20°　よって　∠EFB＝10°
∠BEF＝20°＝∠BDF　より　EBFD は同一円周上にある。
よって　∠EDB＝∠EFB＝10°　よって　∠EDC＝30°
∠EAC＝30°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝30°
よって　∠ADB＝40°

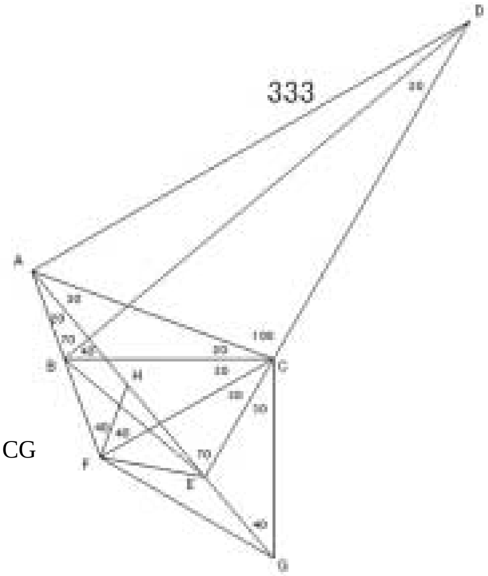
331　解法 B

332



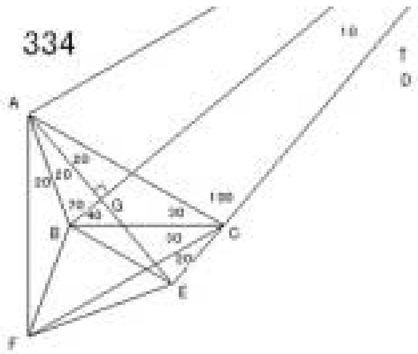
E を∠ABE＝40°
F を AB と DE の交点
G を AC と BD の交点とする。
△BCG≡△BEG　より　CG＝EG
よって　△DCG≡△DEG
よって　∠DEG＝80°, ∠EDG＝10°
よって　∠BEF＝40°
よって　△FBE は 2 等辺三角形
よって　FB＝FE
△BCE は正三角形より　CB＝CE　よって　△BCF≡△ECF
よって　∠FCB＝∠FCE＝30°
∠AFD＝80°＝∠ACD　より　AFCD は同一円周上にある。
よって　∠ADF＝∠ACF＝30°　よって　∠ADB＝40°

333



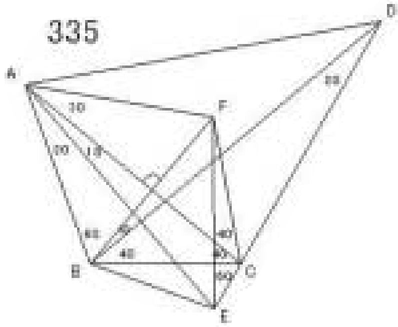
Eを∠BAE＝20°
Fを∠BCF＝30°
Gを∠ECG＝30°
Hを∠BFH＝40°（AC⊥FH）とする。
△FACは2等辺三角形より　FA＝FC
よって　△FAH≡△FCH
よって　∠FCH＝20°
∠HFC＝40°＝∠HGC　より
HFGCは同一円周上にある。
よって　∠FGH＝∠FCH＝20°
よって　△FGCは正三角形　よって　CF＝CG
よって　△CFE≡△CGE
よって　∠CFE＝40°
よって　∠FEA＝40°
∠FEC＋∠FBC＝180°　より　BFECは同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝30°　よって　∠AEB＝10°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABEDは同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

334



Eを∠BAE＝20°
Fを∠ACF＝60°と∠CAF＝60°の交点
GをBDとAEの交点　とする。
△CAFは正三角形より　CA＝CF
よって　△CAB≡△CFB
よって　BA＝BF　よって　∠AFB＝20°
△ACEは2等辺三角形より　AC＝AE
△ACFは正三角形より　AC＝AF
よって　AE＝AF　よって　△AEB≡△AFB
よって　∠AEB＝20°　よって　△BAG≡△BEG　ゆえに　AG＝EG
よって　△DAG≡△DEG　よって　∠ADG＝∠EDG＝10°
よって　∠ADB＝10°

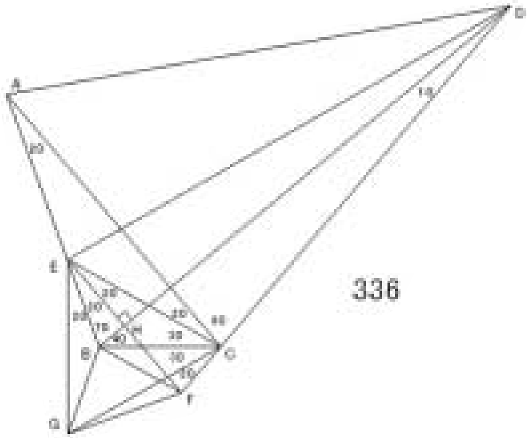
335



Eを∠BAE＝20°
FをACに関するBの対称点（AC⊥BF）とする。
∠FCE＋∠FAE＝180°
より　FAECは同一円周上にある。
よって　∠EFC＝∠EAC＝10°，∠FEA＝∠FCA＝40°
よって　△FAEは2等辺三角形　よって　FA＝FE
△ABFは正三角形より　FA＝FB　よって　FB＝FE

∠BFE＝40°より　∠FEB＝70°　よって　∠AEB＝30°
∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

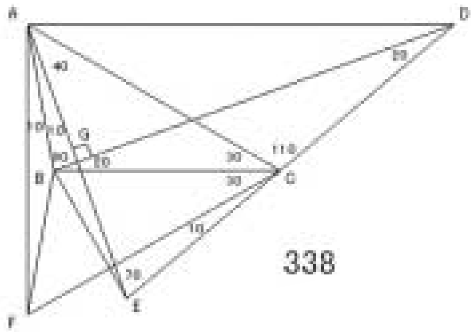
336



E を∠BCE＝30°
F を∠BEF＝20°
G を∠CEG＝60°と
　∠ECG＝60°の交点
H を BD と EF の交点　とする。
△CEG は正三角形より　CE＝CG
よって　△CEB≡△CGB　よって　BE＝BG
よって　∠EGB＝20°
△ECF は 2 等辺三角形より　EC＝EF
△ECG は正三角形より　EC＝EG
よって　EF＝EG　よって　△EFB≡△EGB
よって　∠EFB＝20°　よって　△BEH≡△BFH
よって　EH＝FH　よって　△DEH≡△DFH　よって　∠EDH＝10°
∠EAC＝20°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝20°　よって　∠ADB＝30°

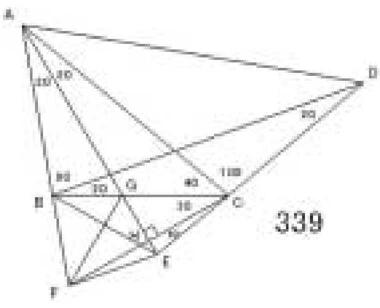
337　解法 D

338



E を∠BAE＝10°（BD⊥AE）
F を∠ACF＝60°と∠CAF＝60°の交点
G を BD と AE の交点　とする。
△CAF は正三角形より　CA＝CF
よって　△CAB≡△CBF
よって　BA＝BF　よって　∠AFB＝10°
△ACE は 2 等辺三角形より　AC＝AE
△ACF は正三角形より　AC＝AF　よって　AE＝AF
よって　△AEB≡△AFB　よって　∠AEB＝10°
よって　△BAG≡△BEG　よって　AG＝EG
よって　△DAG≡△DEG　よって　∠ADG＝20°　よって　∠ADB＝20°

339



E を∠BAE＝20°
F を∠BCF＝30°（AE⊥CF）
G を AE と BC の交点
H を AE と CF の交点　とする。
△ACF は 2 等辺三角形より　AC＝AF
よって　△ACG≡△AFG
よって　GC＝GF，∠AFG＝40°

よって　△GCH≡△GFH

よって　∠CGH＝∠FGH＝60°，CH＝FH

よって　∠BGF＝60°

△ECH≡△EFH　より　∠EFH＝10°　よって　∠EFG＝40°

∠BGF＝60°＝∠EGF，∠BFG＝40°＝∠EFG

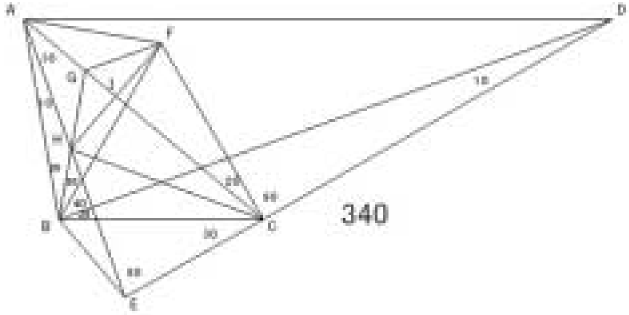
よって　△BGF≡△EGF　よって　GB＝GE

∠BGE＝120°　より　∠BEG＝30°

∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

340



E を∠BAE＝10°

F を∠BCF＝60°と

　∠CBF＝60°の交点

G を∠ABG＝20°

H を AE と BG の交点

I を AC と HF の交点　とする。

△BCF は正三角形より　BF＝BC

△BAC は 2 等辺三角形より　BA＝BC　よって　BA＝BF

∠ABF＝40°　より　∠BAF＝∠BFA＝70°　よって　∠GAF＝30°

∠GBF＝20°＝∠GCF　より　GBCF は同一円周上にある。

よって　∠BGC＝∠BFC＝60°，∠CGF＝∠CBF＝60°　よって　∠AGH＝∠AGF＝120°

よって　△AHG≡△AFG　よって　AH＝AF

∠HAF＝60°　より　△AHF は正三角形　よって　△AHI≡△AFI

よって　HI＝FI, AC⊥HF

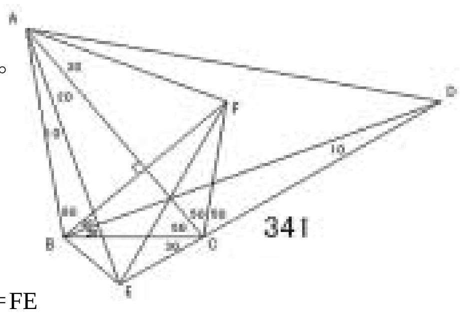
よって　△CHI≡△CFI　よって　∠HCI＝∠FCI＝20°　よって　∠BCH＝20°

∠CBH＝80°＝∠CEH　より　HBEC は同一円周上にある。よって　∠HEB＝∠HCB＝20°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

341



E を∠BAE＝10°

F を AC に関する B の対称点（AC⊥BF）とする。

∠EAF＋∠ECF＝180°　より

AECF は同一円周上にある。

よって　∠AEF＝∠ACF＝50°，

　　　　∠EFC＝∠EAC＝20°

△FAE は 2 等辺三角形より　FA＝FE

△FAB は正三角形より　FA＝FB　よって　FB＝FE

∠BFE＝20°　より　∠FEB＝80°　よって　∠AEB＝30°

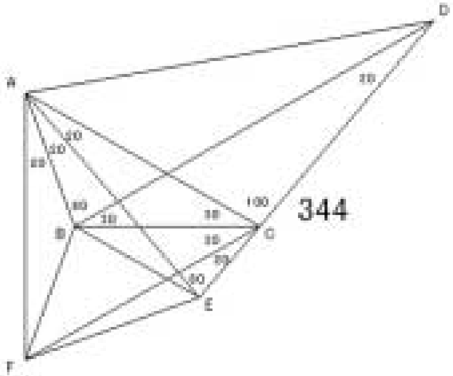
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝30°

342　解法 C

343　解法 B

344



E を∠BAE＝20°

F を∠ACF＝60°と∠CAF＝60°の交点とする。

△CAF は正三角形より　CA＝CF

よって　△CAB≡△CFB

よって　BA＝BF　よって　∠AFB＝20°

△ACE は 2 等辺三角形より　AC＝AE

△ACF は正三角形より　AC＝AF

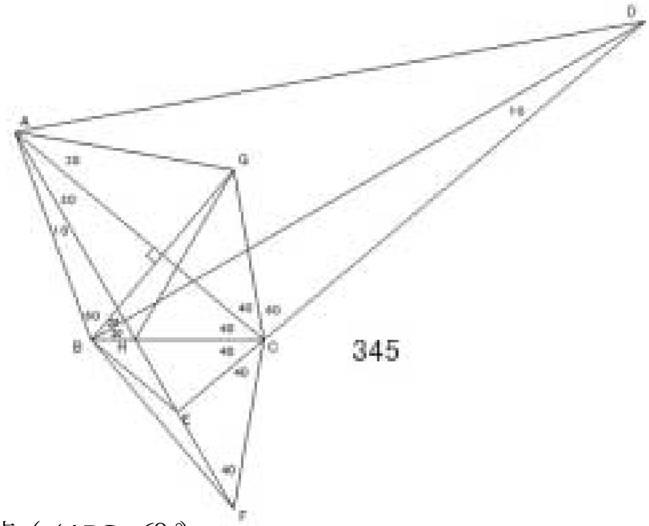
よって　AE＝AF　よって　△AEB≡△AFB

よって　∠AEB＝20°

∠BAE＝20°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

345



E を∠BAE＝10°

F を∠ECF＝40°

G を AC に関する B の対称点（∠ABG＝60°）

H を BC と AE の交点　とする。

△ABG は正三角形である。∠HAG＝50°＝∠HBG　より ABHG は同一円周上にある。

よって　∠BGH＝∠BAH＝10°，∠AHG＝∠ABG＝60°　よって　∠GHC＝60°

よって　∠FHC＝60°　よって　△GHC≡△FHC　よって　CG＝CF

△CBG は 2 等辺三角形より　CB＝CG　よって　CB＝CF

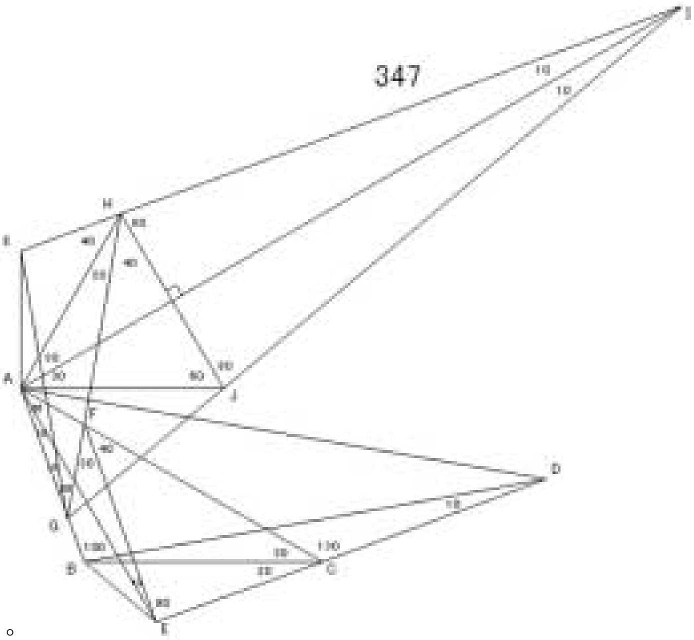
よって　△CBE≡△CFE　よって　∠CBE＝40°　よって　∠AEB＝20°

∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

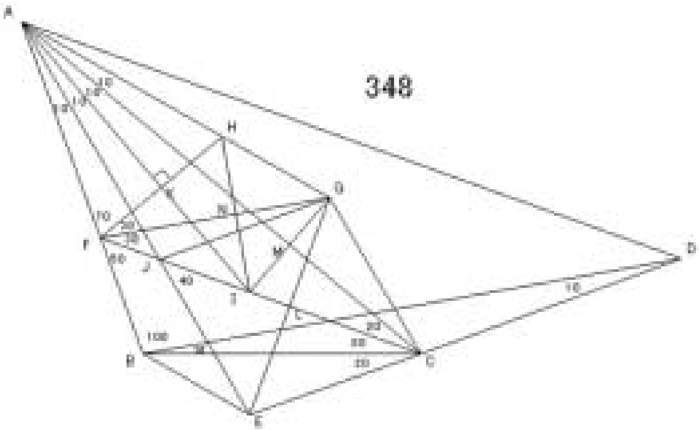
346　解法 B

347



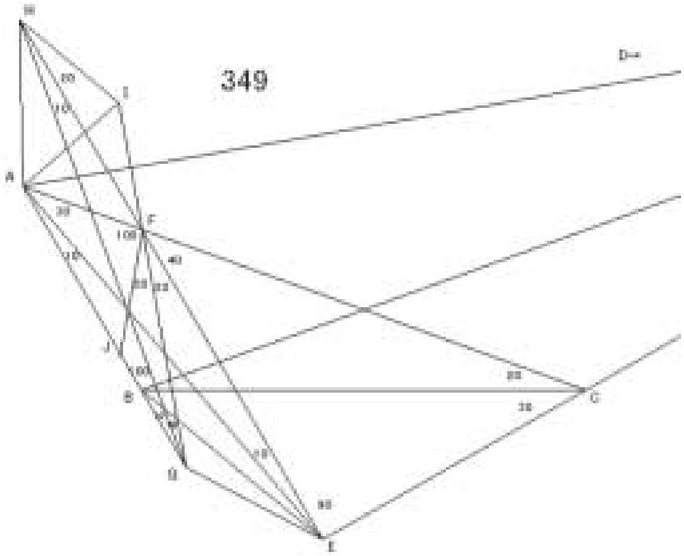
E を∠BAE＝10°
F を∠AEF＝10°
G を∠EFG＝30°
H を GF 上で∠FAH＝90°
I を∠HAI＝30°と∠AHI＝140°の交点
J を AI に関する H の対称点
K を∠AGK＝10°とする。
△JHA は２等辺三角形（正三角形）で∠AJH＝２×∠AGH　より
J は△AGH の外心である。
よって　JA＝JG　よって　∠GAJ＝70°　より　∠AJG＝40°
ゆえに　∠GJI＝180°となり一直線
∠AIK＝10°＝∠AGK　より　KAGI は同一円周上にある。
よって　∠AKG＝∠AIG＝10°　ゆえに　∠KAF＝120°
∠KAF＋∠KHF＝180°　より　KAFH は同一円周上にある。
よって　∠AFK＝∠AHK＝40°　よって EFK は一直線
∠AGK＝10°＝∠AEK　より　KAGE は同一円周上にある。
よって　∠AEG＝∠AKG＝10°　ゆえに　∠GEC＝110°
∠GBC＝110°＝∠GEC　より　GBEC は同一円周上にある。
∠GBC＋∠GFC＝180°　より　FGBC は同一円周上にある。
よって　FGBEC は同一円周上にある。
∠GCF＝∠GEF＝20°　ゆえに　∠GCB＝10°
∠GEB＝∠GCB＝10°　ゆえに　∠AEB＝20°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝20°

348



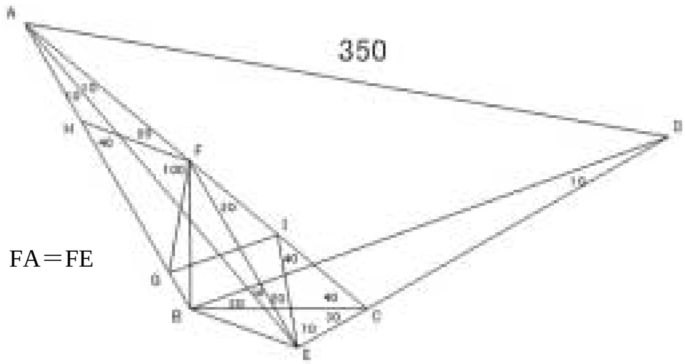
E を∠BAE=10°
F を∠BCF=20°
G を∠CAG=10°と　∠CFG=30°の交点
H を∠AFH=70°
I を∠CAI=10°（AI⊥FH）
J を AE と CF の交点
K を AI と FH の交点
L を CF と EG の交点
M を AC と GI の交点
N を FG と HI の交点　とする。
△AFK≡△AHK　より　FK=HK　ゆえに　△IFK≡△IHK　よって△FHI は正三角形
よって　△FHN≡△FIN　より　HN=IN, FN⊥HI　よって　△GHN≡△GIN
よって　∠GHI=50°　より　∠GIH=50°
よって　∠GIA=80°　よって　AC⊥GI　よって　△AGM≡△AIM　よって　GM=IM
よって　△CGM≡△CIM　よって　∠MCG=20°　よって　∠GCI=40°
∠JAG=30°=∠JFG　より　AFJG は同一円周上にある。
よって　∠FGJ=∠FAJ=10°　よって　∠CJG=40°
よって　△ECJ≡△GCJ　（よって　四辺形 JECG は菱形）　よって　JE=JG
よって　△JEL≡△JGL　よって　EL=GL, JL⊥EG
よって　△FEL≡△FGL　よって　∠FEL=∠FGL=60°
よって　∠FEA=10°　よって　∠FEC=110°
∠FBC=110°=∠FEC　より　FBEC は同一円周上にある。
よって　∠FEB=∠FCB=20°　よって　∠AEB=30°
∠BAE=10°=∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB=∠AEB=30°

349



E を∠BAE＝10°
F を∠AEF＝10°
G を∠EFG＝20°
H を EF 上∠FGH＝10°
I を GF 上∠FHI＝20°
J を∠AFJ＝100°とする。
△FGH は 2 等辺三角形より　FG＝FH
よって　△JFG≡△IFH　よって　JG＝JF＝IF＝IH
△FAJ は 2 等辺三角形より　FA＝FJ　よって　FA＝FI
∠AFI＝60°　より　△AFI は正三角形　よって　IF＝IA　よって　IA＝IH
∠AIH＝80°　より　∠IAH＝∠IHA＝50°　よって　∠AHG＝20°
∠AGH＝10°＝∠AEH　より　AGEH は同一円周上にある。
よって　∠AEG＝∠AHG＝20°
∠GBC＝60°＝∠GFC　より　BGCF は同一円周上にある。
∠GBC＋∠GEC＝180°　より　BGEC は同一円周上にある。
よって　BGECF は同一円周上にある。
よって　∠BEF＝∠BCF＝20°　よって　∠BEA＝10°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠AEB＝10°

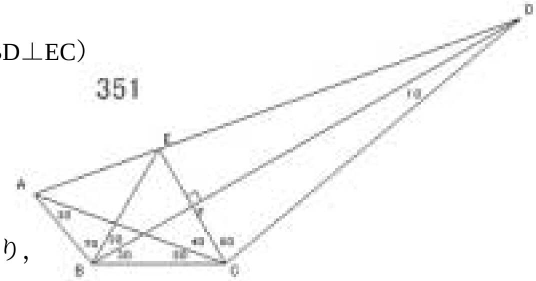
350



E を∠BAE＝10°
F を∠AEF＝10°
G を∠AFG＝120°
H を∠AFH＝20°
I を∠FEI＝20°とする。
△FAE は 2 等辺三角形より　FA＝FE
よって　△HAF≡△IEF
よって　HA＝HF＝IE＝IF
△FGH は 2 等辺三角形より　FG＝FH　よって　FG＝FI
∠GFI＝60°　より　△FGI は正三角形　よって　IF＝IG
△ICE は 2 等辺三角形より　IC＝IE　よって　IC＝IG
△ICG は 2 等辺三角形となり　∠CIG＝120°　より

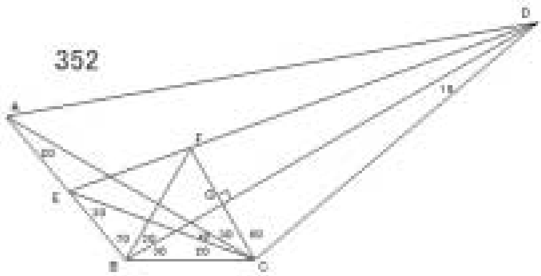
∠ICG＝∠IGC＝30°　よって　∠BCG＝10°
∠FGC＝90°＝∠FEC　より　FGEC は同一円周上にある。
よって　∠FEG＝∠FCG＝30°　よって　∠AEG＝20°
∠BGE＝∠GAE＋∠GEA＝30°＝∠BCE　より　GBEC は同一円周上にある。
よって　∠BEG＝∠BCG＝10°　よって　∠BEA＝30°
∠BAE＝10°＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。
よって∠ADB＝∠AEB＝30°

351



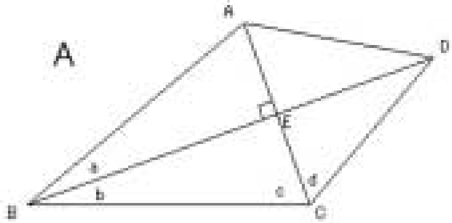
E を∠CBE＝60°と∠BCE＝60°の交点（BD⊥EC）
F を BD と CE の交点　とする。
△BCF≡△BEF より　CF＝EF
よって　△DCF≡△DEF
よって　∠EDF＝10°，∠DEF＝80°
△EBC は 2 等辺三角形（正三角形）であり，
∠BEC＝2×∠BAC　より
E は△ABC の外心である。
よって　EA＝EB　よって　∠AEB＝40°
よって　AED は一直線　よって　∠ADB＝10°

352



E を∠BCE＝20°
F を∠BCF＝60°と
∠CBF＝60°の交点（BD⊥CF）
G を BD と CF の交点とする。
△BCF は正三角形である
よって　△BCG≡△BFG
よって　CG＝FG
よって△DCG≡△DFG　よって　∠DFG＝80°，∠FDG＝10°
△FBC は 2 等辺三角形（正三角形）で∠BFC＝2×∠BEC　より
F は△BCE の外心である。
よって　FB＝FE
よって　∠BFE＝40°となり　DFE は一直線
∠EAC＝20°＝∠EDC　より　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝10°　よって　∠ADB＝20°

解法 A



E を AC と BD の交点とする。

AC⊥BD　かつ　∠ABE＝∠CBE であるから，

△ABE≡△CBE　ゆえに　AE＝CE.

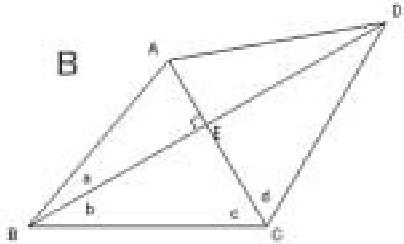
よって　△DAE≡△DCE

よって　∠ADB＝∠CDB　となる。

解法 A の問題

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 271, 272, 273, 274, 301, 302, 303（28問）

解法 B



E を AC と BD の交点とする。

AC⊥BD　かつ　∠BCE＝∠DCE であるから，

△BCE≡△DCE　ゆえに　BE＝DE.

よって　△ABE≡△ADE

よって　∠ADB＝∠ABD　となる。

解法 B の問題

40, 59, 73, 78, 100, 136, 148, 157, 180, 193, 216, 227, 242, 251, 261, 284, 288, 294, 309, 316, 327, 331, 343, 346（25問）

解法 C

E を BA の延長上で BD⊥CE となる点

F を BD と CE の交点とする。

∠EBF＝∠CBF　かつ

∠ACB＋２∠ACD＝180°である。

（∠CBD＋∠ACB＜90°）

∠EBF＝∠CBF　より　△BCF≡△BEF　よって　CF＝EF　よって　△CDF≡△DEF

∠CDE＝２×∠CDB＝２×（180°－∠CBD－∠ACB－∠ACD）

∠BAC＝180°－∠ABD－∠CBD－∠ACB

よって　∠CDE－∠BAC＝180°－∠CBD－∠ACB－２∠ACD＋∠ABD

＝180°－∠ACB－２∠ACD＝０

ゆえに　∠CDE＝∠BAC　よって　ACDE は同一円周上にある。

よって　∠ADC＝∠AEC＝90°－∠ABD＝90°－∠CBD

よって　∠ADB＝∠ADC－∠BDC＝90°－（∠CBD＋∠BDC）

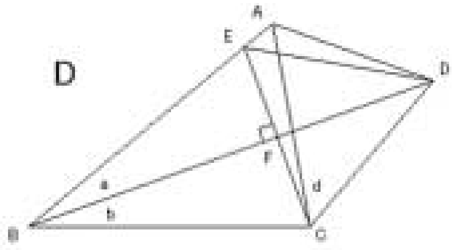
＝90°－（180°－∠ACB－∠ACD）

＝90°－∠ACD

解法 C の問題

５, 10, 109, 115, 201, 202, 270, 300, 342（９問）

解法 D

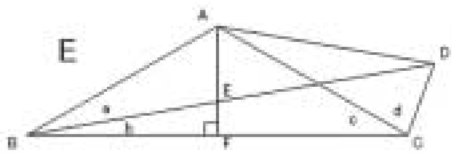


E を AB で BD⊥CE となる点
F を BD と CE の交点とする。
∠EBF＝∠CBF　かつ
∠ACB＋２∠ACD＝180 °である。
（∠CBD＋∠ACB＞90 °）
∠CBF＝∠EBF　より　△BCF≡△BEF
よって△CDF≡△EDF
∠CDE＝２×∠CDB＝２×（180 °－∠CBD－∠ACB－∠ACD）
∠BAC＝180 °－∠ABD－∠CBD－∠ACB
よって
∠CDE－∠BAC＝180 °－∠CBD－∠ACB－２∠ACD＋∠ABD
＝180 °－∠ACB－２∠ACD＝０
ゆえに　∠CDE＝∠BAC＝∠EAC
よって　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADE＝∠ACE＝∠DCF－∠ACD
よって　∠ADB＝∠ADE＋∠EDB
＝∠DCF－∠ACD＋∠CDF
＝90 °－∠ACD

解法 D の問題

20，25，123，129，210，211，275，304，337（９問）

解法 E

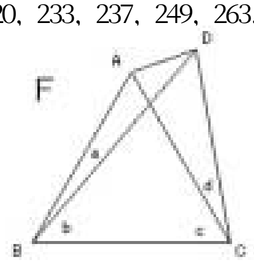


A から BC に垂線 F をおろし，BD との
交点を E とする。
∠CBD＋∠ACD＝90 °である。
∠ABC＝∠ACB より△ABC は２等辺三角形
△ABE≡△ACE より　∠ACE＝∠ABE
∠AED＝∠BEF＝90 °－∠CBD＝∠ACD　より
よって　AECD は同一円周上にある。
よって　∠ADB＝∠ADE＝∠ACE＝∠ABD

解法 E の問題

１，31，56，80，82，86，88，113，134，151，161，167，171，190，220，233，237，249，263，278，282，299，308，318（24問）

解法 F



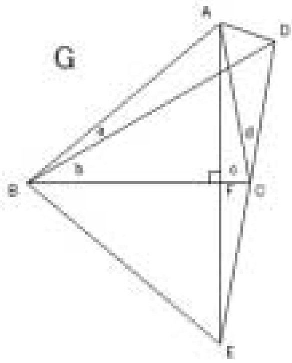
△CAB において，∠ABC＝∠BAC　より　CA＝CB
△BCD において，∠DBC＝∠BDC　より　CB＝CD
よって　BAD を通る円は C が中心である。（C は△BAD の外心）
よって　∠ADB＝∠ACB/２

解法 F の問題

29，50，65，74，79，107，125，139，149，150，182，195，214，225，248，250，259，269，

283，286，290，307，310，322（24問）

解法 G



E を DC の C の方の延長線上で BC⊥AE となる点

F を BC と AE の交点とする。

∠ACF＝∠ECF　より　△CAF≡△CEF　よって　AF＝EF

よって　△ABF≡△EBF

よって　∠BEA＝∠BAE＝90°－∠ABC

また　∠BAE＝∠BDE　より　ABED は同一円周上にある。

よって　∠ADB＝∠AEB＝90°－∠ABC

解法 G の問題

12，41，62，74，81，95，118，137，152，161，166，173，192，207，217，230，
237，247，260，274，281，286，293，306，312，322（15問）

References

［1］兼山瓊典：Langley の問題とその一般化問題の解法　岐阜聖徳学園大学紀要第43集（2004年）53頁-72頁

［2］山下純一：数学の未来史，ラングレーの問題　理系への数学５（2003年）69頁-72頁