Review of Economics and Information Studies Vol.14 No.3•4 March 2014

# 時間のない物理学について 3
## －観測者の公理とエントロピー時間－

蔵　　琢也[1]　　蔵　　研也

**要　約**

ヒルベルト空間にテンソル積の構造と、それに由来するエントロピーを定義し、それらから時間が創発しうることを論じる。さらに観測者を純粋に内部構造から「観測者条件」として導出し、エベレット解釈の方向で定式化する。ビッグバンは、観察者近傍のエントロピー極小点である。観察による世界と観察者の分岐は、それまでの観察者条件を構成する因子が、分岐地点で単一の因子にならなくなることによる。古典的な量子力学の公理は、有効理論の定理として導出される。さらに、内部観測者は複素位相だけでなく、自分自身のノルムも知りえないと考えるべきことと、その帰結について論じる。一つの応用として、エントロピー構造がインフラトン場やダークエネルギーの代替案となる可能性と、宇宙膨張に長い停滞期があった可能性についても触れる。

## 1．量子力学の暗黙の仮定について

### 1．1　序

伝統的な量子力学では「観測者」は外部的な存在として扱われ、「粒子系が粒子系を観測する」形式になっていない。しかしながら、実際の観測者は素粒子の複合系であり、宇宙の波動関数の一部である。すべての量子的な観測は、本来、電子や陽子などの単純な粒子が他の粒子と相互作用をすることを多数集めることから統計的に導出しなければならないはずである。量子力学の諸公理も同様に二次的に導出するべきである。

本論文では、宇宙の波動関数の全空間を、簡単な構造を持つヒルベルト空間のテンソル積構造とし、それから「内部観測者」や「観測の公理」を二次的に導出することをめざす。さらに「時間」もエントロピーから導出する。本論文で展開される理論は、基本的にボルツマンとエベレットの思想の延長にある。

なお本稿でも前論文に引きづいて、原則、数式は数学スタイルを採用する。しかし、常識的な細かい条件（たとえば「微分可能性」「パラコンパクト性」「測度 0 を除く」等）は、逐一書かない。原則として、元や変数は斜体、集合や空間、作用素は平体で書く。

本論文ではテンソル積と直和を常用するが、数学において直和とテンソル積は既知の代数を組み合わせて新しい代数を作るときの一般的な方法であり、まさに初等算数に現れる積演算の

1淑徳大学総合福祉学部 260-8701　千葉市中央区大巌寺町 200

圏論的な高次化にあたる自然なものであることを指摘しておく。実際に、直和⊕とテンソル積⊗の関係は、算数の和と積の分配法則と同じである。

### １．２　複合粒子の波動性の正当化の必要性

自然界の粒子は多かれ少なかれ、すべて重力や電磁力などで相互作用をしている。もちろん距離が離れると、その効果は実質的に無視できるようになるが、完全に消えるわけではない。たとえば、水素分子やヘリウムを考えよう。ヘリウムは陽子二つに中性子二つ、それに電子二つで成り立っている。水素分子は陽子が二つと、その中間近辺に厚く存在する電子が二つで構成されている。そしてこれらを結び付けている電磁力や核力のボソンが取り巻いている。さらにこれらを構成する各粒子は周辺の粒子と、わずかな相互作用をしている。

このような複雑な構造を持つ原子や分子であっても、回析実験（これは二重スリットの思考実験の現実版にあたる）は成功し、ヘリウムや水素分子が単一の電子と同様に、波動の性質を持つことは非常に早い段階で知られていた（Estermann & Stern, 1930）。つまり複合粒子が一つのまとまりになって、回析するということである。わかりやすい二重スリット実験に直せば、水素分子やヘリウムはまとまって、どちらかのスリットの穴を通り、それが確率的に重ね合わさっているということである。周辺の物質とのわずかな相互作用は、実質無視できる。このような巨大な複合粒子の回析は、現在では$C^{60}$などでも確認されている（e.g. Markus *et al*, 1999）。つまりは、水素の分子やカーボンキューブは形を保って、それを構成する原子や電子の距離は一定を保ちつつ、理論的にはそれよりもずっと距離の離れたスリットの穴でさえ、まとまって同時に通ることができるのである。いわば、分子が一つの半独立した「世界」となって、スリットを通るのである。これを理解するのは「常識的な」距離の概念では難しい。波動性を示す粒子の大きさに限界は知られておらず、人間や机のような巨大物でも同じはずである。

しかしこれは、テンソル積の構造が基本であるとすると理解しやすい。分子のような強くまとまった系は、後述の３章のようにテンソル積の因子として良く近似できるのである。それは「常識的な」時空の構造を作っている要因よりも強くて**優先的**と考えるべきだ。正確にはそれらの分子の状態の自由度のなすヒルベルト空間が、他の世界を表す＜剰余＞ヒルベルト空間と、近似的に分けられるのである。その剰余空間の性質に三次元的な距離も含まれている。

### １．３　フォン・ノイマンの定式化とエルミート性の意味

ここで、20世紀の量子力学の定式化を振り返ってみよう。20世紀初頭から徐々に作られてきた量子力学は、フォン・ノイマンの『量子力学の数学的基礎』（1957［1932］）によって、実用に十分なほど完成したとされている。その特徴を列記すると以下になる。

（１）ヒルベルト空間を数学的土台とする。

（２）コペンハーゲン解釈にしたがって、「観測される対象」と「観測する主体」を分ける。

（３）「観察される系」はヒルベルト空間の要素として記述する。
（４）複数の独立した量子系の複合はテンソル積で表す。
（５）「観察行為」は（定義域がヒルベルト空間で稠密な）エルミート作用素で表され、観察結果は、そのスペクトル測度（固有値の集合の測度）に応じて分離する。

まず、これらの定式化の意味を深く考えてみよう。古典的な空間は実数の枠内で十分に記述できる。しかし、量子力学では波動の干渉性が複素数の性質をはっきり示しており、それを記述するには複素係数ベクトル空間の導入が不可欠であった。「観察行為」をエルミート作用素で表したのは、そのスペクトル（これは固有値の連続化と考えてよい）が実数という性質を持っていたからであり、複素数の世界と現実の実数を対応させる必要性からである。だが、このエルミート作用素の固有値は、いささか名目的なものであり、本質的なのはその**エルミート作用素が指定するスペクトル測度**である。加えてエルミート作用素は、内積における「結合的」記述、（例えば$\langle x|\mathrm{A}|y\rangle$という記法）をするのに都合が良いことや、異なる固有値に属するベクトルは直交するという顕著で良い性質をもっている。

数学的に可分な無限次元ヒルベルト空間は同型を除いて一つしかない。これだけでは単純すぎて、種々の問題に応用するには性質が足りない。そこで、さまざまな構造を付け加えて考察することになる。関数解析のスペクトル理論の本質は、閉部分空間への射影作用素（これは冪等かつ自己共役である）に注目して、射影作用素の可換族を値とする測度を構成し、ルベーグ積分論を展開することである。エルミート作用素からは、実数 $\mathbb{R}$ 上の作用素値測度が構成できる。同様にユニタリー作用素からは、円環 $\mathrm{S}^1$ 上の測度が構成される。「観察」がエルミート作用素であらわされるというのは本質的ではなく、構成される測度（全体の測度が１の場合が「確率」測度である）のほうが本質的である。量子力学の基礎付けに当たってユニタリー作用素ではなく、エルミート作用素が選ばれたのは、現実の有効理論である古典力学の世界で、位置や運動量が円環ではなく実数のように見えるからという理由も重要である。これは観測値に順序が入れられるということである。

可換なエルミート作用素を複数用意して「共通する部分」を同一視すれば、直積測度を通じて、直和やテンソル積的な「構造」を入れることができる。たとえば、三次元空間上の$L_2$空間では$x$座標、$y$座標、$z$座標を測定するエルミート作用素$x, y, z$（正確にはそれから作られる実数上の射影作用素値測度）は、それぞれ一次元$L_2$空間の構造を表すことになる。これは一つのエルミート作用素だけでは区別できない状態があるということである。しかし、これらには可換性があるので、直積「作用素値」測度を作ることによって分解性があがり、三次元$L_2$空間を構成できる。非可換な作用素の組では、作用させる順番によって結果が異なることになり、（可換な）測度は構成できない（これらの数学的な詳細に関しては関数解析の成書、例えば［藤田ら,1991］を参照)。一般に、可換な作用素を増やすほど、「分解能」が上がる。

人間のような観察者は、前節で述べた簡単な分子より遥かに大きく多数の粒子を持っていて、

ヒルベルト空間の自由度は大きく、かつ外的な世界との無視できない相互作用項も多いので、三次元の位置等に対して十分に詳細な分解能をもつエルミート作用素族を持っているとしてよい（後述の３．１節参照）

このようにヒルベルト空間にエルミート作用素族を加えると、もともと単調なヒルベルト空間に「構造」ができる。しかしながら、なぜ特定のエルミート作用素族を仮定するのかという疑問が起きる。それは、この付加的な「構造」の由来は何かという疑問と対をなしている。これに対する我々の答えは、テンソル積の最小因子であるヒルベルト空間に由来するというものである。この最小因子をライプニッツにちなんで「モナド（monad）」と名付けたい。異なったモナドを混ぜる変換が存在しないことは、エルミート作用素を制限して、付加構造の由来になりえる。これについては後で述べよう。いわば「モナド」はこの世界を構成する「原子」に相当するものである（註1）。

## １．４　幾つかの留意点

ここで、のちの議論のために、いくつかの問題点を指摘しておこう。

ノイマンの定式化以来、量子力学では基本的にヒルベルト空間（場合によっては不定計量空間）を仮定してきた。しかし「観察者」は物質の集合体にすぎないので、宇宙の波動関数の内部に存在する。すると、「内部観測者は、自分、および自分の属する宇宙の波動関数の内積やノルムをどうやって知ることができるのだろうか？」という問題が起こる。

結論から言えば、知ることはできないのである。ヒルベルト空間の内積の具体的な値は超越者の立場に立った外部的な情報であり、内部にいる観察者には、ノルムや複素位相を知ることはできない。つまり複素数倍は、すべて同じに見えるはずである。だが位相差やノルムの大きさの比率は状態の比較を通じて知ることができる。これは決定的に重要である。

たとえばノルムの大きさが内部の観測者にはわからないので、未来の状態の「確率」の総和が１であるかどうかは内部観測者にわからない。現実の実験では、類似した状況を多数用意して、その結果の割合を数えているのであり、分かるのは未来の世界の状態の割合のみである。総和が１の仮定（つまりユニタリー発展の仮定）はマックス・ボルンなどの初期の量子力学の建設者が、古典的な確率論に帰着させるためにとりあえず置いた場当たり的な仮定であって、我々は不賛成である。たとえ成り立たなくても、再正規化して１にすれば、多くの場合に問題はない。

状態の位相（複素角）の値自体は分からなくても、位相差には意味があり、現実に影響を与えることは、AB 効果で実証済みである。同様にノルムが分からず、ノルムの大きさの比率だけがわかることはあってもよい。その例の候補の一つが中西のアノマリー（蔵＆蔵，2012）である。また、この考えでは、ある過去や未来を表す世界の波動関数のノルムが１とする必要がないことに留意したい。事実、後述のように、世界の時間逆行分岐によって、ノルムが変わると考えた方が一貫する。

# 2．ヒルベルト空間のテンソル積とエントロピー

## 2．1　一般的な定義

蔵&蔵（2012）に予告されたように、宇宙の波動関数の集合にエントロピー類似の構造を定義することにする。これは一般のヒルベルト空間（さらに複素ベクトル空間）のテンソル積に広く当てはまるので、最初は十分一般的に定義する。

複素ベクトル空間の基底$\mathrm{B}=\{e_i\}$を一つ固定すれば、各元 $x$ は $x=\sum a_i e_i$ と一意的に書ける。さらにヒルベルト空間の場合は直交基底がとれて$a_i=(x,e_i)$になり、複素数列空間 $l_2$ に同型になる。各要素のノルムを二乗すると、それは正値実数列空間$l_1$になるので自然にエントロピー

$$\mathrm{S_B}(x)=-\sum|a_i|^2\log|a_i|^2,\quad (\|x\|=1) \qquad （2．1．1）$$

が定義できる。これは無限大を含み、かつ基底Bの取り方によって変わる。取り方は複数あるので、添え字$\lambda$をつけ$\mathrm{B}_\lambda$と書く。この基底の取り方に制限があって、基底の集合の集合$\Omega=\{\mathrm{B}_\lambda\}$の中での極小や下限を、その元の複素ベクトル空間のエントロピーとするのである。つまり、

$$\mathrm{S}(x)=\inf_{\mathrm{B}_\lambda\in\Omega}\mathrm{S}_{\mathrm{B}_\lambda}(x) \qquad （2．1．2）$$

この意味は、元$x$のもっとも単純に見える基底をとった時のエントロピーである。最小があるとは限らないので“min”ではなく、下限“inf”をとっている。$\Omega$がコンパクトなら最小が取れる。

ヒルベルト空間$\mathrm{H}_1$とヒルベルト空間$\mathrm{H}_2$のテンソル積$\mathrm{H}_3=\mathrm{H}_1\otimes\mathrm{H}_2$は自然にヒルベルト空間になる。対応する基底集合は直積$\Omega_1\times\Omega_2$である。これは言うまでもなくエントロピーのもっとも重要な性質の一つと言える、テンソル積に対する加法性公理を満たす。つまり

$$\mathrm{S}_3(x\otimes y)=\mathrm{S}_1(x)+\mathrm{S}_2(y) \qquad （2．1．3）$$

射影への優加法性も同じようになりたつ (註2)。

このようなエントロピーを導入する理由は、「内部観察者」には分からない「世界の自由度」があれば、最も簡単に見える基底で外部を推定するのが自然であり、わざわざ複雑な基底で世界を見ないということである。その基準が情報エントロピーである。この見方では、たとえば内部観測者に見えない時空の各点に作用するゲージ群の自由度で消せない部分が、真空からはみ出した粒子像になる。

## 2．2　因子集合

関数空間の集合$\mathrm{W}=\{\mathrm{H}_n\}$の要素の全テンソル積を、宇宙波動関数の空間**World**とみなそう。つまり、World$=\otimes\mathrm{H}_n$する。Wの要素$\mathrm{H}_n$を（集合の「元」と紛らわしいので）、とりあえず

「因子」と呼ぶことにする。因子空間が無限個の場合は（各空間にノルム１の基準点 **1** を入れて）帰納極限でとる。つまり $a \to a \otimes \mathbf{1}$ の埋め込みの極限であり、有限個を除いて因子が **1** とする。

各因子空間 $\mathrm{H}_n$ に基底の自由度を表す群 $\mathrm{G}_n$ が付属しているとする。各 $\mathrm{H}_n$ の基底 $\mathrm{B}_i = \{e_{n,i}\}$ を決めると、テンソル積から、$\mathrm{World} = \otimes \mathrm{H}_n$ にも対応する基底、$\mathrm{B} = \otimes \mathrm{B}_n$ が決まる。その全体の基底の自由度を $\mathrm{G} = \otimes \mathrm{G}_n$ として動かすと、**World** の各元 $x$ に式（２．１．２）のエントロピーが定義できる。

$$\mathrm{S}(x) = \inf_{g \in \mathrm{G}} \mathrm{S}_{g(\mathrm{B})}(x) \qquad （２．２．１）$$

この式は、要するに基底を群 **G** で変換して、最も単純な記述のエントロピーを求めるということである。

### ２．３　特異値分解

ヒルベルト空間が二つしかない時は「特異値分解」としてよく知られている。ヒルベルト空間 $\mathrm{H}_3$ が $\mathrm{H}_1$ と $\mathrm{H}_2$ のテンソル積 $\left(\mathrm{H}_3 = \mathrm{H}_1 \otimes \mathrm{H}_2\right)$ になっているとしよう。正規直交基底を $\mathrm{B}_1 = \{e_i\}, \mathrm{B}_2 = \{f_j\}$ とすれば、$\mathrm{B}_1 \times \mathrm{B}_2 = \{e_i \otimes f_j\}$ は $\mathrm{H}_3$ の正規直交基底であり、任意の元 $a \in \mathrm{H}_3$ は、その線形和で一意的に書ける。**特異値分解**とは、任意の $a$ に対して $\mathrm{H}_1$ と $\mathrm{H}_2$ に作用するユニタリー作用素 $U_1$ と $U_2$ を適切に選んで、それらのテンソル積で回転させ、対角基底 $\left\{e_i \otimes f_i\right\}$ のみで表すことであり、これは可能かつ順序を除いて一意的である。その時の係数を $\left\{a_i\right\}$ をすると、通常、ノルムの大きな要素から順にとる。この時、自然に前節のようにエントロピーが定義できる。ヒルベルト空間の因子数が２より多くなると、このような簡単な分解はできず、複雑で多様な様相を示す。

### ２．４　時間の非自明性とエントロピー

「時間」についての考察にあたり、まず参考として古典力学における時間の役割を振り返ってみよう。

古典力学では初期条件が決まれば、後は一意的に時間発展する世界である。初期値が違えば別の発展をし、逆に時間も一意的に遡ることができる。圧倒的に大きな測度（あるいは時間）を占める世界は熱的に死んだ世界であるが、「観測者」はエントロピーの極小点の近傍にのみ、外界のエントロピーを消費しながら存在している。過去は時間変数の前後の方向のうち、微細な凹凸は無視するとエントロピーの低い方向である。つまり直近の過去と未来に、ある程度大きなエントロピーの勾配がなければ、内部観察者自体が存在できない。観測者の感じる時間は、小説の内部の主人公の心理のごとく「錯覚」であり、過去も未来も決まっている。時間は名義変数であって絶対的なラベルはなく、時間のシフト $(t \to t + a)$ は、同じ世界になり区別はつかない。

エベレット解釈（Everett，1957；和田，2002）では、観察を伴う時間発展によってコペンハーゲン解釈のように波束が観察によって確率的に収縮するのではなく、観察者が観察対象と一緒に確率に応じた複数の世界に分離すると考える。未来の個々の世界の状態は、過去の世界の状態とは、時間発展を表すユニタリー作用素で逆回しにしてもずれており、その内積の絶対値の二乗が、ちょうどその未来に分岐する確率になる。エベレットの多世界解釈とタイムマシンの可能性の熱烈な支持者であったドイッチェ（1999［1997］）は「他の時間は他の宇宙の特別な場合にすぎない」とのべている（p.243)。これは別の状態なのだから全く当然である。

しかしながら、ここには重要な問題がある。ヒルベルト空間の公理には「時間」が含まれていない。数学において時間は $t$ と書く形式的な「一助変数（局所的な一次変数)」として扱われているにすぎず、基本的な概念とは言えない (註３)。すると内部観測者の認識する時間は、何かの構造から二次的に派生するとすべきである。それは（２．１．２）で各元に定義されるエントロピー様関数の勾配であると我々は考える。

なぜエントロピーが時間の代替となるのか？　その理由は、ある状態の観測者が現在の状態から、近傍の状態を見ると、より整然とした状態の方向のみ、はっきりわかるからである。過去は我々の記憶の中にしかない。また未来は不確定である。これについては、エベレット解釈との関係において後で詳しく論じるが、簡単にいえば「未来」は、「現在」と「過去」の関係から二次的に定義されるのである。

有限なエントロピーの定義されているヒルベルト空間の点 $x$ から周囲を見ると、エントロピーS が最も急に減少する方向が（稀な例外を除いて）存在する。この方向が過去である。この方向微分をベクトル $x'$ としよう。特に $x = a \otimes b$ と二つ因子の単項に書けるなら（２．１．３）より、$\mathrm{S}(x) = \mathrm{S}(a) + \mathrm{S}(b)$ であり、項数を増やすとエントロピーは急増するので、減少方向は各因子のエントロピーを減少する方向になり、$x' = a' \otimes b + a \otimes b'$ と書ける。これは過去方向に当たるので局所的な一助変数 $-t$ を採用すると、定義により、

$$\left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = -x', \qquad \left.\frac{\mathrm{dS}(x)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = \left.\left(\frac{\mathrm{dS}(a)}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{dS}(b)}{\mathrm{d}t}\right)\right|_{t=0} \qquad (２．４．１)$$

になる。もし $x$ 近傍で $a$ の定義域にエントロピー不変の拘束（例えば一つの粒子が単に真空を伝搬するだけではエントロピーは変わらない）があるのなら、$a' = 0$ ということであり、$x' = a \otimes b'$ になる。これは $b$ に依存する $a$ の線形作用素 $\mathrm{H}_b$ と見なすことができて、

$$\left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = -a \otimes b' = \mathrm{H}_b a \qquad (２．４．２)$$

と書ける。これが従来のハミルトニアンの定数倍に他ならない（例えば、$a$ がある粒子の属する状態空間、$b$ は残りの世界)。

## 3．世界の内部観察者の定式化

### 3． 1 内部観察者の条件

本章では、宇宙の一部としての内部観測者と観察が満たすべき条件を考察する。われわれは、時間$t_0$の世界の波動関数$\Phi$と内部局所観測者$P$について以下の四つの公理を課す。

#### （1）半独立の公理

時刻$t_0$における世界の波動関数$\Phi$は、内部局所観測者$P$と外部世界$Other$に分かれて書くことができる。つまり$\Phi$の属する世界の波動関数の全空間**World**は、内部観測者$P$の属するヒルベルト空間$\mathrm{H}_1$と外部世界のヒルベルト空間$\mathrm{H}_2$のテンソル積$\left(\mathrm{World}=\mathrm{H}_1\otimes\mathrm{H}_2\right)$と大まかに分離しており、

$$\Phi_{t_0}=P\otimes Other+o(1) \tag{3.1.1}$$

と書ける。ここで$\Phi, P, Other$のノルムはとりあえず正規化し 1 とする（最後の項は正確には$o(\|\Phi\|)$とすべきであろう）。最後の項$o(\ )$はランダウのスモール$o$である。言い換えるなら、$\mathrm{H}=\mathrm{H}_1\otimes\mathrm{H}_2$として$\Phi$を特異値分解（対角化）すると、対角化の最初の項のみで、あとは十分に小さいということである。この定式化の重要な点は、観測者$P$と残りの世界$Other$は「半独立」であり、それぞれに局所的に作用する群によっては、内容が変わらない場合があるということである。残余項$o(1)$の中身は、単なるゴミだけとは限らず、相互作用や時間発展に重要になる。

#### （2）有限性の公理

観察者は、外界の宇宙に比べれば十分に小さく、かつ有限個の実在粒子からなる有限の存在とみなせる。（3． 1． 1）式では、宇宙の大きさと観測者の大きさに制限はない。そこでヒルベルト空間のテンソル積における最小単位を仮定し、単子（monad）と呼ぶことにする。蔵＆蔵（2012）では、その有力候補は複素二次元空間$\mathbb{C}^2$とした。各単子を$\mathrm{M}_i$とすると、それが複数集まったテンソル積$\otimes_i \mathrm{M}_i$が、具体的な考察の対象になるヒルベルト空間である。これを「復子」（poloid）と呼びたい。しかし、両者をいちいち区別しない場合には、まとめて「因子」と呼ぶことにしよう。ヒルベルト空間$\mathrm{H}$の単子数を$\#(\mathrm{H})$と書き、濃度（cardinal number）と呼ぶことにする。

観察者の有限性から、観測者に関連する単子の（集合論的）濃度も小さく、観察者の状態の属するヒルベルト空間$\mathrm{H}_1$は、世界の波動関数の全空間 **World** に比べて無視できる大きさとする。つまり$\#(\mathrm{World}) >> \#(\mathrm{H}_1)$が成り立つとする。

### （3）一体性の公理

内部観測者 $P\left(\in \mathrm{H}_1\right)$ はテンソル積について、それ以上単純に書けず、「一体的」とする。つまり $P=P_1\otimes P_2$ と半独立な観測者に分かれないとする。この条件の必要性は「ウィグナーの友人のパラドックス」を消すのに必要である。量子的な実験を行った友人にウィグナーが結果を聞くと、波束はいつ収縮したかの問題、つまり「友人が結果を知った時なのか、それともウィグナーが結果を聞いた時なのか」が起こるが、この場合「ウィグナー」$Wig$ とその「友人」$Fr$ は、同じ宇宙の波動関数 $\Phi$ の、因子が半独立である内部観測者であり、一体性の公理を満たさない。つまり

$$\Phi=Wig\otimes Fr\otimes Other+o(1) \tag{3.1.2}$$

とかける。また空間の創発の必要条件は、十分に多くの局所独立観測者が定義できて、その相関構造が三次元空間に近似できるという形になる。

### （4）熱的に生きている世界の条件

観測者は熱的に死んでいない世界にいるとする。そもそも World$=\otimes\mathrm{H}_n$ のほとんどの元は乱雑であり、エントロピーの数学的な定義から熱的に死んだ世界は圧倒的に大きい。しかし、そのような世界に観測者は存在しえないし、熱的に死んだ世界を内部観測者が「過去」とも認識しない。熱的に生きている世界のすぐ横に死んだ世界があり得るので、この条件は自明ではない。

これらの定式化では、観察者は一つの粒子でも良いことを指摘しておく。

## ３．２　エベレット解釈の導出

いうまでもなく、この定式化はコペンハーゲン解釈ではなく、エベレット（Everett，1957）の多世界解釈の延長上にある。コペンハーゲン解釈においてある時刻 $t_1$ において、ある観察をして、いくつかの異なった場合に収縮するというのは、エベレット解釈では内部観測者と観察される対象が絡み合ってしまい、単純なテンソル積で記述できなくなり、半独立の公理（1）が満たされなくなるということになる。つまりある時刻 $t_0$ に式（３．１．１）のように単純なテンソル積で書けた世界が、観測後は複数の世界に分化する。つまり対をなす各観測者の状態と外部世界に添え字 $i$ をつけると、

$$\Phi_{t_1}=\sum\nolimits_i a_i P_i\otimes Other_i+o(1) \tag{3.2.1}$$

の形に変化する。これを World$=\mathrm{H}_1\otimes\mathrm{H}_2$ として特異値分解すると、振幅 $a_i$ で各世界に割れたということになる。

### ３．３　エベレット解釈での過去

エベレット解釈にはいくつか反論があるが、その多くは我々の動物的な時間感覚、つまり時間が単線的に見えるので、未来も一つであるはずだという漠然とした思い込みに由来している。しかし、より論理的で本質的な反論は Gerver（1971）が指摘したものである。それは「未来が多数あるなら、ユニタリー発展を仮定すると過去も多数あるのではないのか」という反論である。

この疑念はエントロピー時間と、先に注意を促した「内部観測者は自分のいる世界の大きさを知ることができない」ことと直結している。もっとも単純で分かりやすいハーフミラーの例で示そう。

発射機から出た一つの光子が、ハーフミラーで半分だけ反射して検出器に入る実験を考えてみよう。残りは半分の確率で通り抜けて壁に当たるとする。ある試行で光子が検出器に入ったことが確定した場合を考える。検出した後の世界を仮に「*Yes*」と呼ぶ（検出しなくて壁にぶつかった世界を「*No*」とするが、この世界の考察はしない)。世界「*Yes*」の波動関数の時間を反対回しにすると、ハーフミラーの別の方向の壁にぶつかる「分岐」の成分がでる。それは時間を順方向にすると、壁から光子が出る世界なのである。つまり、多世界解釈では過去にも分岐があり、複数あるとするのが自然である（註4）。それも発信機ではなくて壁から光子が出る、ありそうもない世界である。つまり常識的な実験手続きでも、時間発展を逆にすれば奇妙な世界に遭遇するのである。

以後、壁から光子が出る直前の世界を「*Wall*」、通常の発射機からでる世界を「*Ordinary*」と呼ぶことにする。壁から光子が出る確率はほんど０であるが、絶対０なわけではないない。それを $P_0$ としよう。$1 >> P_0$ である。これに対して、設定された発射機から光が出る確率は１に近い。検出器に入った世界の波動関数を逆回しにすると１/２の確率で「壁から光子が出る」と「発射機から光子が出る」に分かれる。ある波動関数における相手の波動関数の割合は条件付き確率で表すと、

$$\mathrm{Pro}(Yes|Wall) \equiv \mathrm{Pro}(Wall \to Yes) = \mathrm{P}_0/2$$

$$\mathrm{Pro}(Wall|Yes) \equiv \mathrm{Pro}(Yes \to Wall) = \frac{1}{2} \qquad （３．３．１）$$

という非対称性がある（$P_0/2$ の確率で「*Wall* → *No*」に進行する仮想世界も存在する)。ここで、自分の今いる世界の波動関数の位相もノルムも知らないということが決定的に効いてくる。ノルムの大きさは $\frac{\|wall\|^2}{\|yes\|^2} = \frac{1}{P_0}$ と考えるべきであり、世界「*Wall*」のほうが圧倒的に大きいのである。これが位相差と同じようにノルム比は分かる例であると考えるべきである。

### ３．４　ＦＰゴースト

素粒子論で中間の計算にだけ出てくるゴーストの由来も、ユニタリー性を満たさずノルムを

変える例の候補である。

量子力学において、ハミルトニアンから時間発展を表す式には虚数因子 $i$ が入っていることを思い起こそう。時間発展するユニタリー作用素の微分が $i$ 倍のエルミート作用素（つまり反エルミート作用素）なので、大きさを変える部分は $i$ 倍の反エルミート作用素（つまりエルミート作用素）になり、両者で偶奇リー代数を構成するように拡張可能である。内部観測者は自分のノルムを知りえないので、ノルム変化もはっきりとは分からない（見えないものの候補はもっと多くて、直交基底の各要素のノルムの独自の増減も見えない場合がありうる）。これはゴーストが見ないことに対応しうる。(註５)

このときの BRST 変換δの自己作用型コホモロジーについては、次のように解釈できる。コホモロジーはδの核（Kernel）を像（Image）で割って構成する。観測者の知りえない内部自由度が像であり、有限な観測者が知りえる全世界が核である。よって観測者が実際に観察する世界は、核を像で割った世界になる。

### ３．５　エントロピー時間と過去と未来

観察者の公理を踏まえたうえで、２．４節の時間の概念を、より深く検討してみよう。

３．３節で述べたように、ある時点のある観察者近傍の世界を表す波動関数 $\Phi_0$ を、ユニタリー発展にしたがって発展させると、未来は分岐した複数の世界が共存することになる。過去も同様である。つまり、現在のみ単純な記述ができる世界なのである。

それではなぜ、３．３節の思考実験で発射機から出たという過去「*Ordinary*」が自然かという理由はエントロピーにある。壁から光子が出る過程はエントロピーの一時的な減少が必要で、非常に確率が低い。他にも発信機から光子が出たという記録が残っていれば、その確実性を消す偶然も必要である。

数学的にいえば時間は、系の状態を記述するヒルベルト空間での一助変数 $t$ となる。前世紀で成功を収めた量子力学の公理は、系の時間発展は観察を伴わなければ、ユニタリー発展 $\mathrm{U}_t$ をするというを仮定している。すでに「時間」が創発しているとすると、「過去」も「未来」もエベレット的に分岐したバラバラな世界であって、「現在」$t_0$ の近傍だけが一体化した観察者が存在する真っ当な世界である。それゆえにこの波動関数 $\Phi_0$ は時刻 $t_0$ 近辺を指定していると考えることができる (註６)。正確に言うならば、$\mathrm{U}_t\,\Phi_0$ は、$t_0$ 近傍だけが簡単な記述を許すという意味で、エントロピーが極小になるということである。

そして「現在の観察者」からみてエントロピーの減少方向の世界が「過去」なので、「未来」とは、「現在」が「過去」として見える観察者のいる別世界として二次的に派生することになる。

さらに後に論じるように空間が創発して局所的な観測者が存在するようになると、時間の進み方が場所によって異なって跛行的になるという心配が起こる。しかしビッグバン以来、広い範囲に広がって、一度も他の粒子と反応していない宇宙背景放射や残遺ニュートリノ（Fuller &Kishimoto，2009）の密度は、それを防ぐ世界時計になりうる。なぜなら、宇宙のどこかでそ

れらに属する一粒子がぶつかって、その場所で収縮すると、他の部分での存在確率が消えて総数が減るから、これによって局所的な部分世界を大域的に「同期」させるのである。

### ３．６　エルミート性への補足

量子力学の「観察」の記述において、エルミート作用素が使われるのには理由がある。それは、エルミート作用素Aの固有値が実数であり、かつ各固有値の固有空間が直交するという重要な性質を持っていることである。そのおかげでAを適切にとると、波動関数$\psi$の観測に関して、複素数$\langle\psi|A|\psi\rangle$が平均値を表す実数になる。これは各種の計算に都合が良い（註７）。数学的には、作用素Aがヒルベルト空間から実数への写像を決めていることになる。

これは位置や運動量のような実数化された尺度の存在をあらかじめ仮定する場合には重要な意味を持つ。この場合には、最終的な値は平均化を伴っているので、Aを決めることは１．３節で述べたようにヒルベルト空間（の基底）に、実数の持つ順序情報と測度を付加することに等しい。しかし、観察結果が名目的な添字とみなせる場合は、その順序に意味はない。数学的にはエルミート作用素から、射影作用素の族（実数上の射影作用素値測度）が構成されるのが本質的である。この性質から観察値の違いによって、世界が分岐することになる。

二つの可換なエルミート作用素は、共通する部分を潰せば、概ねテンソル積で割るように波動関数の全空間を分解する。もっとも単純で非自明なエルミート作用素は、ヒルベルト空間を二つの部分空間に分けるものである。蔵＆蔵（2012）において、世界の波動関数の全集合を

$$\left(\mathbb{C}^2\right)^{\otimes\omega} \qquad (3.6.1)$$

とおいたのは、可換で独立な加算無限個の量子二値観測で宇宙が成り立っているというモデルを表している。

## ４．時空間の創発とスピンネットワーク

### ４．１　内部空間と時空の分離

テンソル積で最も単純な元は一つの項からなる元である。それはエントロピーも最低であり、始原点である。この近傍ではエントロピー勾配が生じるが、ある段階で時空 **St** と内部空間 **In** とに分離して現在の宇宙になったと考えよう。

このとき、ゲージ理論を再現するにはファイバーバンドルのように時空が底空間、内部空間がファイバーのようにならなければならない。単純な場合は、空間添え字$\lambda$と内部添え字$a$の直積を新たな添え字とすればいい。

$$\Phi = \otimes_\lambda\left(\otimes_a H_{\lambda,a}\right),\ \left(a \in S_\lambda\right) \qquad (4.1.1)$$

になるとする。$\lambda$ が前にでているのは、それが空間添え字であり、底空間として優先されるからである（$\lambda$ は時空の次元ではなく、時空各点で定義される。$S_\lambda$ は $\lambda$ に従属する添え字 $a$ の集合)。しかし、次の二つの問題が起こる。**(問題１)** なぜ、各点で切り出したときに同型になるのだろうか。**(問題２)** 単なる時空添え字の集合から、時空は創発するのだろうか。

（問題１）については、近傍の時空点の内部空間が同型の方が局所的に直積（つまりファイバーバンドル）になり、デタラメよりも記述が簡単（つまり情報エントロピーが低くなる）からだと考える。完全に直積にならない部分がコホモロジーとして残り、素粒子に見える (註８)。

内部空間が揃っていないような、あるいは出来上がらないような世界は、でたらめな「熱的に死んだ世界」であり、それを過去とする世界は、さらに熱的に死んだ世界である。これは「人間がなぜ宇宙のほとんどの体積を占めるボイドにいないのか」の理由と同じことである。答えはそんなところには観測者は存在できないということである。

### ４．２　スピンネットワーク

それでは（問題２）の、単純なヒルベルト空間のテンソル積から、どのようにして空間が創発するのだろうか。その有力候補はスピンネットワーク（Penrose, 1971）であろう。スピンネットワークは、頂点が必ず三辺で構成される頂点と辺の集合であり、辺には距離の三角公理を満たすような（半）整数がついている。つまり、スピンネットワークとは、全角運動量の合成（または分裂）規則に反しない粒子同士の反応を模式化したものである。ペンローズは物質のスピン合成の式から、辺と頂点の数が十分に多いならば、空間の角度の性質が再現されることを示した（しかし時間や距離は導けていない)。

ここでヒルベルト空間の因子添え字の部分集合族（部分集合の集合のこと）$\mathcal{B}$ があり、スピンネットワークの条件を満たすことを考えよう。つまり各集合に属する添え字のヒルベルト空間のテンソル積を、粒子の可能な状態のヒルベルト空間と見なし、かつスピンネットワークの辺と見なすのである。さらに一つの添え字集合は必ず次の二つの条件のどれかを二つ備えているとする（ダブって二つでもよい)。$\mathcal{B}$ に属する（１）二つの部分集合に分かれる。（２）要素の重ならない別の部分集合と一緒になって、合併集合を構成している。こうすると集合族 $\mathcal{B}$ にはスピンネットワークが構成される。

「なぜ、このような条件を満たすスピンネットワークがテンソル積の中に構成されるのか」は、テンソル積の雑多性の中の、希少な秩序の存在と関係していると考える。二つの空間のテンソル積は特異値分解ができることからわかるように簡単だが、三つになると途端に複雑になる。四つ以上では簡単に記述できないノイズのような元がほとんどすべてを占める。スピンネットワークは、莫大な数の空間因子から生成されるテンソル積の元の中で、ある種の秩序をもった構造体の条件になっている。簡単に記述されない世界は、どんな内部観測者にも「過去」とは認識されず、ある種の秩序を持つ元のみ「過去」になる資格がある。ただしこれは単なる説明にすぎず、さらなる論考が必要であろう。

スピンネットワークへのローレンツ変換の作用は、以下のように書けば明快である。まず $\mathbb{C}^2$ や 4 次元実座標の代用として、エルミート行列に変換したスピン形式

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} t+z & x+iy \\ x-iy & t-z \end{pmatrix} \qquad (4.2.1)$$

にすると、$\det(\mathrm{A})$がローレンツ計量になる。これには大きな長所があって、両側から一般線形変換 B を共役で挟む、つまり $\mathrm{A}^{\mathrm{B}} \equiv {}^{*}\mathrm{BAB}$ にしても、エルミート性は変わらず、B の作用に関して結合法則、つまり $\left(\mathrm{A}^{\mathrm{B}}\right)^{\mathrm{C}} = \mathrm{A}^{(\mathrm{BC})}$ を満たす。B を特殊線形群 $SL(\mathbb{C},2)$に制限すれば計量は不変であり、自由度は実 6 次元で回転と加速（ブースト）が B の作用で二価に表現されている。複素数 $\mathbb{C}$ の作用が微妙だが (註 9)、A をモナドとしてテンソル積を考えると、上記のようにローレンツ変換の作用は明白で、かつスピノルに対応して二価であり、強い普遍性がある。

以上をまとめて、時空の創発の暫定的なシナリオを提示しよう。

（1）エントロピー極小点の近傍に観察者が存在するとする。もちろん、この極小点が「ビッグバン点」である。

（2）複数のモナドがそろって組になり、内部空間 **In** を作る。この理由は、時空間の創発のためには隣接する内部空間が同じな方が単純なため、それらの「未来」にしか内部観測者が存在しないからである。あるいは内部空間が揃わない因子は時空の創発の際に「隣接する組」になれず、はじき出されるのかもしれない。

（3）内部空間が揃っているとファイバーバンドルで記述できて、局所的に自明、大域的には（コ）ホモロジーで記述できるようになる。それこそ時空の皺である実在の粒子となる。

量子力学は、20 世紀初めから中葉にかけて実用に十分なほど体系化されている。その「解釈論争」は細く長く続いてきた（e.g., ヤンマー，1983；Bastin, 1971）。しかしそれらは、19 世紀の数学における虚数の実在性についての議論のように実りは少なかった。本論文が基礎としているエベレット解釈とその類似理論も同様であり、予測が他の理論とは明確に異ならなかったうえに、直観的な単線的時間の概念を壊すこともあり、広い支持は得られなかったのである。何か異なった予想や、できれば工学的な応用が必要であろう。

## 5．エントロピー時間と宇宙の進化

### 5．1　宇宙の年齢の齟齬

天文学者の I. R. キング（1985）は「球状星団と宇宙の謎」で、球状星団の年齢は 160 億年

なので「宇宙の進化を表わすモデルは，宇宙の年齢を160億年以上とするものでなければならない」と明快に述べていたが（see also King, 1981)、現在は宇宙膨張の速度を根拠にして137億年前後と推測されている（Planck Collaboration，2013)。この矛盾は当時から知られていたが、球状星団の年齢を様々な理屈で低く見積もることによって、なんとかごまかしてきた。これは球状星団の専門家より、宇宙論の理論家の意見が優先されてきたためである。

球状星団の年齢だけでなく、銀河や銀河団の形成も早すぎる。背景放射に示されている初期の約10万分の1程度の物質の揺らぎから、初期の恒星や銀河が重力による収縮によって自然に凝集したとすると時間が足りないようにみえる（凝集の方程式については佐藤［1999］、池内［1988］が詳しい)。現在、暗黒物質や宇宙ヒモなど、背景放射の揺らぎでは見えない重い物質が先だって凝集していて、それが物質を引きつけて急速に成長したと、漠然と想定する人々が多いが、現在まで暗黒物質も、宇宙ヒモの放出したはずの莫大な重力波も見つかっていない。

これは19世紀のケルヴィン卿の地球年齢推定を彷彿させる。ケルヴィン卿は地球や太陽の年齢をケルヴィン・ホルムヘルツ機構から見積もり、最大限500万年と計算した。この値には、化石や地層の堆積の速度から見積もって少なくとも数億年必要だと考えていたダーウィンらの古生物学者や地質学者は大いに不満であったが（Darwin，1872)、反対すべき物理理論を持たなかったために、しぶしぶ従ったのである。核分裂が発見されケルヴィンの推定が誤りであることが分かった。今まったく同じことが起こっているのではなかろうか。

宇宙の年齢は、バリオンの自発的な凝集によって球状星団、あるいは銀河や銀河団が形成されたとすると、かなり長い時間が必要に思える。倍どころか一千億年を超える時間が必要かもしれない。これに対する一つの答えは、宇宙膨張は時間的に跛行していて、一時的にほぼ止まった時間が長く続いたとすることである。

本論文で、我々はヒルベルト空間のエントロピーから時空間が二次的に創発する仮説を示した。この推論を敷衍して、宇宙膨張そのものがエントロピー時間に由来するシナリオを幾つか考えてみることにしよう。ここにおいては、今までのビッグバンの標準的な説明である、宇宙が「広がった」から「冷えた」という因果関係ではなくなる。

### 5．2　エントロピーの形状からの説明（シナリオ1）

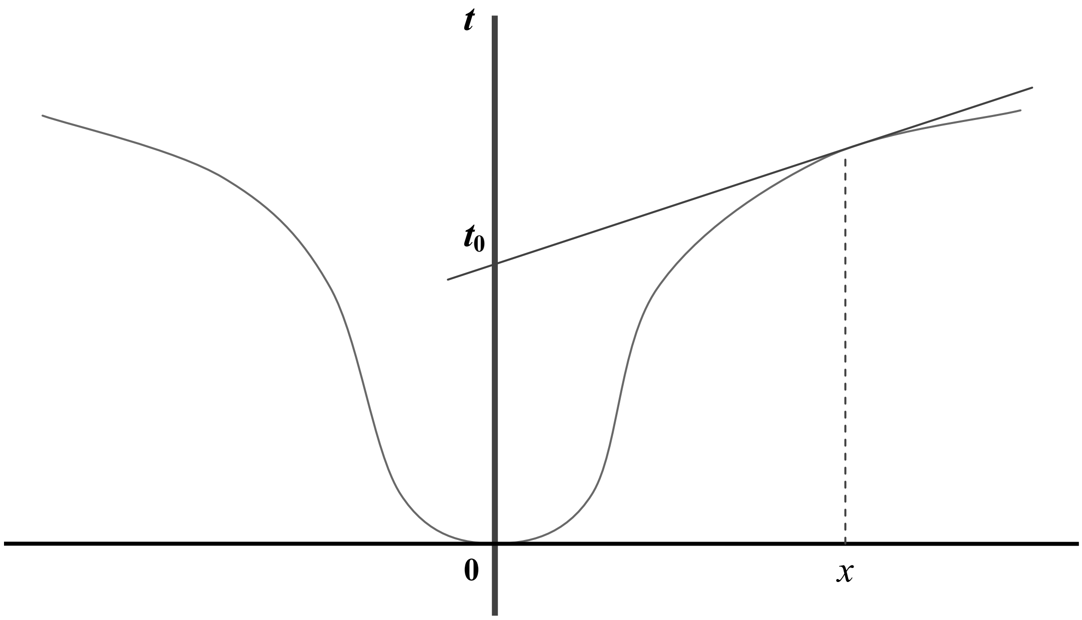
ビッグバン点は単純な極小点であり、周りはすべてエントロピーが高い。よってエントロピーの微分を考えると平坦である（図1)。そのビッグバン点から離れるにつれて、エントロピーが上がるが、はじめはゆっくりで、その後急激になる。さらにはモデルの細部に依存はするが、またゆっくりになると期待できる。

概ねエントロピーの増大が時間であって、ビッグバン点からの関数空間での距離が空間の広さの指標になる。そして、あるエントロピーに対応する関数空間での「場合の数」あるいは「測度」が、「空間の広がり」つまり宇宙膨張に対応している。するとビッグバンの近傍のエントロピー勾配は0なので、必然的に以下のような形になり、初期に急激に広がり、しばらく余り広

がらない停滞期を向かえるが、また急速に広がることになる。

現在の空間の広がりを $x$ とすると、宇宙膨張速度は接線の傾きになり、それを延長した $t_0$ がハッブル定数から測った偽りのビッグバン時刻になる。しかし、本当の時刻ははるかに古い。エントロピー形状のモデルによっては、かなり昔になる可能性がある。

図１




（１）底に当たる時点がビッグバンで、しばらくは圧倒的に空間の広がりが早い。これは「インフレーション」期に似ている。

（２）しばらくすると、空間の広がりより、エントロピー増大のほうが急になる。これは宇宙の広がりの休止期に当たる。

（３）その後、また空間に対して広がりだして、その傾きは徐々に大きくなる。これは宇宙の加速膨張に対応する。

このシナリオは十分に単純である。しかしエントロピー形状の由来によるが、あまり停滞期間が長く取れないと思う。

### ５．２　真空の挿入（シナリオ２）

次にもっと過激な仮説を提案したい。宇宙初期にあったとされるインフレーションや現在の

ダークエネルギーの由来として、ほとんどの仮説は 20 世紀に成功した場の量子論の延長で説明しようとしている。我々は別の方向を検討しよう。それは時間に伴う真空の挿入（つまり空間の増大）である。鍵になるのは、内部観察者には真空の空間の増大ははっきりわからないが、中に入っている粒子の増大は明確に観察されることである。

エントロピーは、粒子の数 $M$ とそれを収容する真空の数 $N$ で粗くではあるが、簡単に計算できる。もっとも単純には

$$M\log M+(N-M)\log(N-M) \qquad （５．２．１）$$

になる。

エントロピー時間の定義から、内部観察者には近傍の世界でエントロピーの低い世界が過去に見える。もし宇宙空間で物質が勝手に増減すると、それは直ちに周囲に影響を与えて容易に観察される。つまり内部の粒子数 $M$ が異なる世界は、我々の世界とはほぼ直交している関係の低い世界である。それに対して、真空の要素の増減は観察しがたいので、近傍の世界になりうる。

時間の進行に伴って、粒子数が変わらずに真空要素が挿入されると、場合の数は増えて、エントロピーは増大する。そのエントロピーの増大によって時間は進み、同時に宇宙は膨張するように見える。銀河団の内部であろうが、ボイドであろうが局所的に異なった割合で進むことは、前述の世界時計によって阻まれている。もっと正確に言えば、「現在の世界」から見た「過去の世界」は真空因子がいくつも抜けた世界ということになる。

しかし、宇宙のはれ上がりによって宇宙が透明になるような相転移が起こっているときは事情が異なる。少し膨張する（真空因子の挿入が起こる）と温度が下がるが、転移前の状態から転移後の状態へ移るときにエントロピーが増大するので、少しの真空の挿入で大きなエントロピーの増大が起こる。言い換えれば、宇宙の少しの膨張に、現在より多くの時間を費やすことになる。それに対して、背景放射後のような相転移後の状態では、真空の挿入はそのままエントロピーの増大につながる。

しかしながら、さらに時間が経ち、現在のようにバリオンがボイドの端に線状または点状で局在するようになると、均等に挿入される真空の増大ではエントロピーの増大が稼げなくなり、より多くの真空を挿入しないと時間が進まなくなる。これは宇宙の加速膨張に見えるはずである。とはいえ、このシナリオも妥当性のより詳細な検討が必要である。

これらのシナリオは今のところ試論に過ぎないが、宇宙の大きさの増大が時間に対して、そして場所によってさえ単線的であるというのは自明ではないことを指摘して、本稿を終えたい (註 10)。

# 註

（註１）少なからぬ作用素環論者は、観察可能性を表す作用素環を根源的な要素として、それから派生する正値汎関数が「状態」であるとする。これはヒルベルト空間の状態とエルミート作用素を根本に持ってくる普通の定式化を逆転したものである。これらはほぼ等値であるが、本論文ではこの立場はとらない。数学者も「物質」なのだから、この立場でも観察可能な作用素環は、一つの電子や陽子等が観察者として可能な小さい環の、マクロ極限として生成されることにならざるをえない。彼らが概してエベレット解釈に興味を示さないのは、この環からの記述法がそれらと相性が良くないからであろう。

（註２）このエントロピーの定義は作用素環論のものとは異なる。その違いがどこまで本質的なものかも不明である。

（註３）物理学で重要であるが、数学で重視されていない概念は、あと三つある。「ハミルトニアン」「ラグランジアン」「スピノル」である。実際に数学部門の図書館に行ってランダムに本や論文を見てみれば、ほぼまったく出てこない。この理由は、これらの概念が歴史的ではあるが、副次的・派生的な概念であるからであろう。スピノルは偶奇代数（超代数）のひな形として、今後は数学でも重要になるかもしれない。

（註４）エベレット解釈に立つ人々は暗黙の内に、ビッグバンの始原点の波動関数のノルムを１として、今の世界はその分岐世界の一部であるとしている場合が多い（和田，2002，私信；アハラノフ，2009， p.28 の図参照）。アハラノフは、エベレット解釈とは異なり、過去だけでなく未来も現在に影響を与えている「握手仮説」を述べている。つまりビッグバンの過去だけでなく未来（の極限）も決めれば、ある意味で単線的な時間発展が再現されるとする。しかし、単調なビックバンの時点の宇宙とは異なり、無限遠の未来は複雑で、過去のほぼすべての情報を含んでいる（正確には粒子の経路のような些細な部分はやはり抜け落ちる）。未来の分岐の代わりに、観測しえず、かつ事実上歴史のすべての情報を含む「未来の状態」を仮定することには賛成できない。平板な大地に固執するように単線的な時間発展に固執するべきではないと考える。

（註５）もう一つ参考になるのはアハラノフの負の確率の概念である（Aharonov, *et al*, 2002)。ヒルベルト空間$L_2$で計算すればテンソル積として最も単純なものでも、「観察」によって一部の世界を別枠にして「消去し」、残りを条件付き確率として確率空間$L_1$に「翻訳」すれば、負の確率のように見える。なぜなら、残りの部分が単純なテンソル積で書けない複雑な凹型になってしまって、全体を１に正規化すると、はみ出した部分の確率が負になる

ように見えるからである。もっとも、これを直ちに FP ゴーストに応用するには、奇妙な統計性の解釈などの拡張が必要ではある。

（註 6 ）より有効な定式化には、ある局所観察者の時刻 $t_0$ 近傍で定義された局所関数を大局的に扱う層の概念を使ったほうが便利かもしれない。時間発展の同一視は、ヒルベルト空間上の一次元葉状構造の商空間を考えることになり、一般にハウスドルフ空間とも限らず、汚くて解析が大変に難しいが、それだけ現存する多様な構造をもたらす可能性がある。さらに局所的「時間」は有効的な概念であり、全域で推移率を満たす順序をなすとは限らない。世界と観察者のテンソル積の割り方次第では、局所的にループしうる。

（註 7 ）数学的にはエルミート作用素より、式（２．４．２）のように純虚数 $i$ 倍した反エルミート作用素の形に書いたほうが簡潔であろう。この場合、これらはエルミート作用素のなすジョルダン代数ではなく、反エルミート作用素のなすリー代数を構成する。しかし、これでは固有値が虚数になり、人間の原始的な直観や古典力学的な世界観とは合わない。

（註 8 ）このようにしてできた「空間」が、20 世紀の幾何学の中心概念である多様体に比べて不自然であるという意見がありえるが、我々は反対である。多様体は、単に局所的に制限したユークリッド空間を張り合わせただけでは足りず、パラコンパクト性（第二加算性とほぼ等価）やハウスドルフ性（点を分ける分離公理の一種）を付け加えなければうまく機能しない。それは歴史的ではあるが、複雑で恣意的な構造物である。本論文で示された「空間」は、加算無限個の線形空間のテンソル積の集合の中から簡単に記述できる低エントロピーの部分を見るということである。もともとが線形空間なのでファイバーバンドルの構造が自然に内蔵されている。

（註 9 ）安易に行うと「好まれる平面」が現れてローレンツ対称性が破れる。だが、これを直ちに否定することには反対である。そのような理論はありえる（e.g., Cohen & Glashow, 2006, 2011）。また、宇宙背景放射に真円状の構造（したがってその中心）があるという主張（Gurzadyan & Penrose, 2010）とそれが偶然であるという反論（Hajian , 2011）もある。

（註 10）宇宙膨張は一般相対性理論の解の帰結であるが、本論文では一般相対性理論や重力波の詳細な検討はしない。ただし、重力波は未だに見つかっておらず、20 世紀末の数々の理論による予想より少ないことだけは指摘しておきたい。

## 参　考　文　献


アハラノフ, Y.（2009）「宇宙の未来が決める現在」日経サイエンス *Oct.* pp.24-28.

Aharonov, Y. *et al*.（2002）“Revisiting Hardy's paradox: counterfactual statements, real measurements, entanglement and weak values”, *Phys. Lett. A*, vol.301, pp. 130-138.

Bastin, T.（1971）“the origin of half-integral spin in a discrete physical space” , pp.213-226. in “Quantum Theory and Beyond”, edited by Ted Bastin, Cambridge University Press.

Cohen, A. G. & S. L. Glashow（2006）“Lorentz-Violating Origin of Neutrino Mass?”［arXiv: hep-ph/0605036］

______（2011）“Pair Creation Constrains Superluminal Neutrino Propagation”, *PRL*. vol.107, 181803［arXiv: hep-ph/1109.6562］

Darwin, C.（1872）“On the Origin of Species 6th.ed”, London: John Murray

ドイッチ, D.（1999）『世界の究極理論は存在するか』朝日新聞社.（Deutsch, D.［1997］, “The fabric of reality : the science of parallel universes-- and its implications”, New York : Allen Lane.）

Estermann, I. & O. Stern（1930）“Beugung von Molekularstrahlen”, *Zeitschrift für Physik*, vol.61, pp.95-125.

Everett III, H.（1957）“"Relative State" formulation of quantum mechanics”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 29, pp.454-462.

藤田宏、伊藤清三、黒田成俊（1991）『関数解析』岩波書店

Fuller, G.M. & T. Kishimoto（2009）“Quantum coherence of relic neutrinos”, *PRL* vol.102, id.201303.

Gerver, J（1971）, “Quantum mechanism debate” , *Physics Today* vol.24, pp.36-44.

Gurzadyan, G & R. Penrose（2010）“Concentric circles in WMAP data may provide evidence of violent pre-Big-Bang activity”, arXiv:1011.3706.

Hajian, A.（2011）“Are there echoes from the pre-big-bang universe? A search for low-variance circles in the cosmic microwave background sky”, *Astrophys*. *J*. vol.740, pp.52-55.

池内了（1988）『宇宙の大構造と進化』丸善

ヤンマー, M.（1983）『量子力学の哲学』紀伊国屋（Jammer, M.［1974］“The Philosophy of Quantum Mechanics ”, Wiley & Sons : New york）

King, I. R.（1981）“The dynamics of globular clusters”, *Q. Jl. R. astr. Soc*. vol.22, pp.227-243.

キング, I. R.（1985）「球状星団と宇宙の謎」日経サイエンス, *Aug*. pp.50-60.

Kugo, T. & I. Ojima（1979）“Local Covariant Operator Formalism of Non-Abelian Gauge Theories and Quark Confinement Problem”, *Prog. Theor. Phys. Supp*. vol.66, pp.1-130.

蔵＆蔵（2012）「時間のない物理学１」*Review of Economics and Information Studies.* vol.13, pp.1-16.

Markus, A. *et al.*（1999）“Wave–particle duality of $C_{60}$ molecules”, *Nature*, vol. 401, pp.680-682.

フォン・ノイマン, J.（1957）『量子力学の数学的基礎』みすず書房（von Neuman, J,［1932］

*Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*.）
Penrose, R.（1971）“Angular Momentum: An Approach To Combinatorial Space-Time”, in *“Quantum Theory and Beyond”*, pp.151-180. Cambridge University Press.
Planck Collaboration（2013）“Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results”, arXiv:1303.5062.
佐藤文隆（1999）『今さら宇宙論？』丸善
和田純夫（2002）「量子力学の多世界解釈」『現代物理最前線 6 』pp.2-59, 共立出版.